2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50 Jahre STARK

STARK
Prüfun

MEHR ERFAHREN

# Wirtschaf

Bayern

Mathematik

- Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- Zugelassene Merkhilfe
- Interaktives Training

PDF

# Inhalt

**Abschlussprüfung 2024**



**Abschlussprüfung 2025**



**Abschlussprüfung 2026 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . www.stark-verlag.de/mystark**

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen (Zugangscode vorne im Buch).

**PDF-Download**



**Autor:**

Lösungen der Abschlussprüfungen im Buch (2021 – 2025):
Johann Müller

PDF-Download:
Musterprüfung; Lösungen Abschlussprüfungen, offizielle Musterprüfung:
Johann Müller

**Zusammenfassung**

- Arbeitszeit und Bewertungspunkte:
  Teil A: 25 Minuten (inkl. 5 Minuten Einlesezeit); 10 Punkte
  Teil B: 135 Minuten; 65 Punkte
  gesamt: 155 Minuten; 75 Punkte
- Zugelassene Hilfsmittel:
  Teil A: zugelassene Merkhilfe
  Teil B: elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner; zugelassene Merkhilfe

Mit den im Buch abgedruckten **Prüfungsaufgaben der letzten Jahre** kannst du dich sehr gut auf deine Abschlussprüfung vorbereiten. Zwar sind dort die einzelnen Teilaufgaben anders bepunktet, weil hier noch Regeln greifen, die bis zur Abschlussprüfung 2026 galten; inhaltlich sind aber ausnahmslos alle Aufgaben nach wie vor relevant für die Prüfung 2027.
Zu allen Aufgaben findest du in diesem Buch **ausführliche Lösungen**, bei denen besonders auf kleinschrittige und leicht nachvollziehbare Rechenwege Wert gelegt wurde.
Die im Buch abgedruckte **Merkhilfe** entspricht der zugelassenen Merkhilfe, die du in der Prüfung verwenden darfst. Um das Üben bestimmter Aufgabentypen zu erleichtern, gibt es ein **Stichwortverzeichnis**, das deren gezieltes Auffinden ermöglicht.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Prüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der **Plattform MySTARK** unter: **www.stark-verlag.de/mystark**

Mit den besten Wünschen für die Prüfung!

## Aufgabe 1 – Finanzmathematik

Susanne Meisel und Peter Adler wollen heiraten und überprüfen hinsichtlich der Hochzeitsfeier ihre Ersparnisse. An ihrem 18. Geburtstag hatte Susanne 11.350,00 € auf Zinseszinsen angelegt. Susanne erhielt kürzlich einen aktuellen Kontoauszug (siehe Anlage nächste Seite) von ihrer Hausbank. Von den Zinsen, die sich über 11 Jahre angesammelt haben, möchte sie sich ihr Brautkleid kaufen.

1.1 Berechnen Sie, mit welchem gleichbleibenden Zinssatz Susannes Kapital über die Jahre verzinst wurde. 3

Peter hatte im Jahr 2014 einen Sparvertrag mit einem Zinssatz von 3,30 % abgeschlossen. Durch wiederkehrende Einzahlungen zum 31.12. ist der ursprünglich eingezahlte Betrag von 12.000,00 € bis zum Jahresende 2023 auf 31.713,51 € angewachsen.

1.2 Berechnen Sie, welchen jährlichen Betrag Peter eingezahlt hat. 3

Nach der Hochzeit überlegt das junge Paar eine Immobilie zu erwerben. Da ihr Eigenkapital nicht ausreicht, benötigen sie einen Kredit. Hierzu unterbreitet ihnen die Sparbank ein Darlehensangebot (siehe Anlage nächste Seite).

1.3 Berechnen Sie, welche Laufzeit das Darlehensangebot hat. 2

Peter und Susanne sind mit den Konditionen des Darlehens nicht einverstanden und entscheiden sich gegen einen Immobilienkauf. Ihr Eigenkapital in Höhe von 135.000,00 € legen sie zu einem Zinssatz von 2,30 % an. Aus dem Vermögen möchte sich das Paar eine jährliche Urlaubsreise finanzieren.

1.4 Berechnen Sie, wie viele volle Auszahlungen möglich sind, wenn sie mit einem jährlich vorschüssigen Betrag von 6.500,00 € aus der Geldanlage rechnen. 4

Aufgrund von Familienzuwachs schaut sich Familie Adler um ein größeres Auto um. Diese geplante Neuanschaffung wird durch einen Kredit mit gleichbleibenden Annuitäten finanziert.

1.5 Vervollständigen Sie den Auszug aus dem Tilgungsplan und berechnen Sie zusätzlich den Zinssatz. (siehe Anlage nächste Seite) 3

15

## Anlage zu Aufgabe 1 – Finanzmathematik

Zu Teilaufgabe 1.1

| Herrn /Frau /Firma | Kontoauszug der Sparbank Fürth<br>Maximilianstr. 38, 90762 Fürth | |
|---|---|---|
| Susanne Meisel<br>Würzburger Str. 81<br>90427 Nürnberg | IBAN | KONTOAUSDRUCK |
| | DE66 7625 0000 0007 6235 40 | 15. 06. 2023 |
| | BIC: BYLADEM1SFU | Auszug Nummer 34 |
| **VORGANG** | **WERT** | **UMSATZ EUR** |
| GUTSCHRIFT FÄLLIGER SPARBRIEF | **14. 06.** | **15.461,18 H*** |
| | | *S = BELASTUNG / H = GUTSCHRIFT |

Zu Teilaufgabe 1.3

### Darlehensangebot

**Darlehensnehmer:** Herr Peter und Frau Susanne Adler, Würzburger Str. 81, 90427 Nürnberg

**Darlehensgeber:** Sparbank Fürth, Maximilianstr. 38, 90762 Fürth

**§ 1 Darlehensgewährung**
Der Darlehensgeber gewährt dem Darlehensnehmer ein Darlehen in Höhe von 525.000,00 €.
(in Worten: fünfhundertfünfundzwanzigtausend Euro)

**§ 2 Verzinsung**
(1) Das Darlehen wird mit einem Festzinssatz von 3,48 % p. a. auf den Darlehensbetrag ab Auszahlung verzinst.
(2) Die Zinsen im ersten Jahr betragen 18.270,00 €.
(3) Die Zinsen sind jährlich zum 31. 12. auf das Konto des Darlehensgebers bei der Sparbank Fürth IBAN DE66762500000000001001, BIC BYLADEM1SFU zur Gutschrift zu zahlen.

**§ 3 Tilgung**
(1) Das Darlehen ist mittels Ratentilgung jeweils zum 31. 12. eines jeden Jahres zu tilgen.
(2) Die Laufzeit beginnt mit dem 01. 01. 2024.

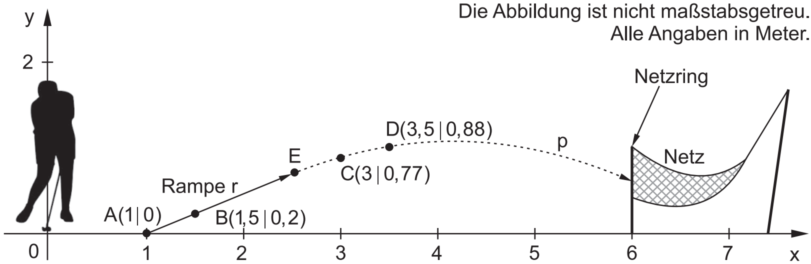
Die erste Annuität in Höhe von 33.270,00 Euro ist zum 31. 12. fällig.

Zu Teilaufgabe 1.5:

| Jahr | Restschuld | Zinsen | Tilgung | Annuität |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 27.000,00 € | 675,00 € | | |
| 2 | 23.422,62 € | | 3.666,81 € | |

## Aufgabe 2 – Funktionaler Zusammenhang

Bei einer beliebten Station einer Minigolfanlage ist es das Ziel, den Ball über eine Rampe hinweg in ein Netz zu schlagen.




Luca steht zum Schlag bereit. Der Ball rollt zunächst gerade nach vorne und anschließend die Rampe r hinauf. Diese lässt sich durch eine Gerade beschreiben, die durch die Punkte A(1 | 0) und B(1,5 | 0,2) verläuft.

2.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Rampe r. 3
(Ergebnis: r: $y = 0{,}4x - 0{,}4$)

Nachdem der Ball die Rampe verlassen hat, kann seine Flugbahn mit einer parabelförmigen Flugkurve p dargestellt werden.
Diese verläuft durch die Punkte C(3 | 0,77) und D(3,5 | 0,88) und hat den Formfaktor $a = -0{,}12$.

2.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Flugparabel p. 4
(Ergebnis: p: $y = -0{,}12x^2 + x - 1{,}15$)

2.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes E, an dem der Ball die Rampe r verlässt und in die Flugkurve p übergeht. 4

2.4 Bestimmen Sie die maximale Höhe, die der Ball während seines Fluges erreicht. 2

In einem Abstand von sechs Metern zum Abschlagpunkt steht das Fangnetz. Der Netzring beginnt in einer Höhe von 0,4 m und hat einen Durchmesser von 0,5 m.

2.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass der Ball in das Fangnetz fliegt. 2

15

## Lösung – Aufgabenteil B

### Aufgabe 1 – Finanzmathematik

1.1 Es handelt sich hier um eine Zinseszinsrechnung. Dabei muss der Zinssatz berechnet werden. Dies geschieht, indem man an der richtigen Stelle die 11. Wurzel zieht. Der so errechnete Zinsfaktor q muss dann noch in den Zinssatz p umgewandelt werden. Dies kann man beispielsweise mit der Formel $q = 1 + \frac{p}{100}$ bzw. $p = (q-1) \cdot 100$. Wichtig ist auch, dass man bei der Berechnung von q auf 4 Nachkommastellen rundet.

*Gegeben:* $K_0 = 11.350\ €$; $K_n = 15.461{,}18\ €$; $n = 11$
*Gesucht:* q; p

**Zinseszinsformel:**

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

$$15.461{,}18\ € = 11.350\ € \cdot q^{11} \quad \big|:11.350\ €$$

$$1{,}3622\ldots = q^{11} \quad \big|\sqrt[11]{\phantom{x}}$$

$$q = 1{,}0285$$

$$\Rightarrow \quad p = (q-1) \cdot 100$$

$$= (1{,}0285 - 1) \cdot 100$$

$$= \underline{\underline{2{,}85\ \%}}$$

Susannes Kapital wurde über die Jahre mit einem Zinssatz von 2,85 % verzinst.

1.2 Von 2014 bis 2023 sind es 10 Jahre: 2014 → 1 Jahr; 2015 → 2 Jahre; 2016 → 3 Jahre; …; 2023 → 10 Jahre (am besten an den Fingern beider Hände abzählen). Es handelt sich um eine nachschüssige Kapitalmehrung, bei der die regelmäßige Rate r zu berechnen ist.

*Gegeben:* $p = 3{,}3\ \% \Rightarrow q = 1{,}033$; $K_0 = 12.000\ €$; $n = 10$; $K_{10}' = 31.713{,}51\ €$
*Gesucht:* r (nachschüssig)

**Kapitalmehrung (nachschüssig):**

$$K_n' = K_0 \cdot q^n + r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \Rightarrow \quad K_{10}' = K_0 \cdot q^{10} + r \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1}$$

$$31.713{,}51\ € = 12.000\ € \cdot 1{,}033^{10} + r \cdot \frac{1{,}033^{10} - 1}{0{,}033}$$

$$31.713{,}51\ € = 16.602{,}92\ € + r \cdot 11.6235 \quad \big|-16.602{,}92\ €$$

$$15.110{,}59\ € = r \cdot 11{,}6235 \quad \big|:11.6235$$

$$\underline{\underline{1.300{,}00\ €}} = r$$

Peter hat am Jahresende jeweils 1.300,00 € auf das Konto eingezahlt.

1.3 Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Ratentilgung (siehe Anlage). Zum besseren Überblick kann man (wenn auch nicht gefordert) einen Tilgungsplan für das erste Jahr mit den aus der Angabe bekannten Größen aufstellen:

| **Jahr** | **Schuld/Anfang** | **Zinsen** | **Tilgung** | **Annuität** | **Schuld/Ende** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 525.000 € | 18.250 € | | 33.270 € | |

Zum Weiterrechnen fehlt die Tilgung T im ersten Jahr. Diese kann man berechnen, indem man von der Annuität die Zinsen abzieht.

$T = 33.270{,}00 - 18.270{,}00 = 15.000{,}00\ €$

Die Formel für die Tilgungsrate bei der Ratentilgung kann man nach der Laufzeit n auflösen.

**Ratentilgung:**

$$T = \frac{K_0}{n}$$

$$15.000\ € = \frac{525.000\ €}{n} \qquad \Big| \cdot n$$

$$15.000\ € \cdot n = 525.000\ € \qquad \Big| : 15.000\ €$$

$$n = \underline{\underline{35}}\ \text{Jahre}$$

Das Darlehensangebot hat eine Laufzeit von 35 Jahren.

1.4 Hier handelt es sich um eine vorschüssige Kapitalminderung, bei der die Laufzeit in Jahren gesucht ist. Vorzugsweise löst man dies mit einer Substitution.
Da nach den vollen Auszahlungen gefragt ist, muss am Ende abgerundet werden.

*Gegeben:* $K_0 = 135.000\ €$; $r = 6.500\ €$; $K_n' = 0$; $p = 2{,}3\ \%$ $\Rightarrow$ $q = 1{,}023$
*Gesucht:* n

**Kapitalminderung (vorschüssig):**

$$K_n' = K_0 \cdot q^n - r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$0 = 135.000\ € \cdot 1{,}023^n - 6.500\ € \cdot 1{,}023 \cdot \frac{1{,}023^n - 1}{0{,}023} \qquad \Big| \cdot 0{,}023$$

$$0 = 3.105\ € \cdot 1{,}023^n - 6.649{,}50\ € \cdot (1{,}023^n - 1)$$

**Substitution:**
Mit $x \mathrel{\hat{=}} 1{,}023^n$ folgt:

$$0 = 3.105 \cdot x - 6.649{,}50 \cdot (x - 1)$$

$$0 = 3.105 \cdot x - 6.649{,}50 \cdot x + 6.649{,}50 \qquad \Big| - 6.649{,}50$$

$$-6.649{,}50 = -3.544{,}50 \cdot x \qquad \Big| : (-3.544{,}50)$$

$$1{,}876 = x$$

**Resubstitution:**

$$1{,}876 = 1{,}023^n \qquad \left|\log(\ldots)\right.$$

$$\log 1{,}876 = n \cdot \log 1{,}023 \qquad \left|: \log 1{,}023\right.$$

$$\frac{\log 1{,}876}{\log 1{,}023} = n$$

$$n = 27{,}67$$

Es sind $\underline{\underline{27}}$ volle Auszahlungen möglich.

*Hinweis:* Die Substitution $x \mathrel{\hat{=}} 1{,}023^n$ macht die Rechnung (Zusammenfassen der Terme) übersichtlicher. Selbstverständlich kann man aber auch darauf verzichten und direkt mit der Potenz $1{,}023^n$ rechnen, indem man zuerst den Subtrahenden ausmultipliziert, dann die Potenz ausklammert und schließlich logarithmiert:

$$0 = 135.000 \cdot 1{,}023^n - 289.108{,}70 \cdot 1{,}023^n + 289.108{,}70$$

$$-289.108{,}70 = (135.000 - 289.108{,}70) \cdot 1{,}023^n$$

$$n = \log_{1{,}023}\left(\frac{-289.108{,}70}{-154.108{,}70}\right)$$

$$n = 27{,}67 \text{ Auszahlungen} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{27}} \text{ volle Auszahlungen}$$

1.5 Gegeben ist eine Annuitätentilgung, bei der ein lückenhafter Tilgungsplan vorhanden ist.

*Variante 1:* Die **Tilgung $T_1$** im 1. Jahr ergibt sich aus der Differenz $K_0 - K_1$ der beiden Kontostände am Jahresanfang.
Aus der Summe von Zins und Tilgung ergibt sich die **Annuität A**, die in beiden Jahren gleich ist, weil es sich um eine Annuitätentilgung handelt.
Die letzte Lücke, die **Zinsen $Z_2$** im zweiten Jahr, ergeben sich aus der Differenz von Annuität und der Tilgung im 2. Jahr.

*Gegeben:* $K_0 = 27.000{,}00$ €; $K_1 = 23.422{,}62$ €; $Z_1 = 675{,}00$ €; $T_2 = 3.666{,}81$ €
*Gesucht:* Tilgungsplanlücken für die ersten beiden Jahre: $T_1$; A; $Z_2$; Zinssatz p

**Annuitätentilgung:**

$$T_1 = K_1 - K_2$$
$$= 27.000{,}00\text{ €} - 23.422{,}62\text{ €} = \underline{\underline{3.577{,}38\text{ €}}}$$

$$A = Z + T$$
$$= 675{,}00\text{ €} + 3.577{,}38\text{ €} = \underline{\underline{4.252{,}38\text{ €}}}$$

$$Z_2 = A - T_2$$
$$= 4.252{,}38\text{ €} - 3.666{,}81\text{ €} = \underline{\underline{585{,}57\text{ €}}}$$

| Jahr | Restschuld = Schuld am Jahresanfang | Zinsen | Tilgung | Annuität |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 27.000,00 € | 675,00 € | **3.577,38 €** | **4.252,38 €** |
| 2 | 23.422,62 € | **585,57 €** | 3.666,81 € | **4.252,38 €** |

Den verwendeten Zinssatz p berechnet man aus Anfangsschuld und gezahlten Zinsen.

**Zinssatz:**

$$p = \frac{Z_1 \cdot 100}{K_0} = \frac{675{,}00\ € \cdot 100}{27.000{,}00\ €} = \underline{\underline{2{,}50\ \%}}$$

*Variante 2 zur Lückenberechnung:* Man berechnet zuerst den **Zinssatz p**. Jetzt kann man die **Zinsen $Z_2$** im zweiten Jahr berechnen und dann über die Summe aus Zins $Z_2$ und Tilgung $T_2$ die **Annuität A**. Diese gilt analog auch im ersten Jahr. Die fehlende **Tilgung $T_1$** im ersten Jahr ergibt sich aus Annuität A minus Zinsen $Z_1$.

## Aufgabe 2 – Funktionaler Zusammenhang

2.1 Die Rampe kann durch eine lineare Funktion dargestellt werden. Dazu gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten. Beispielsweise kann zunächst durch Einsetzen der beiden auf der Gerade liegenden Punkte die Steigung m berechnet werden. Anschließend setzt man m und einen der beiden Punkte in die Normalform $y = mx + t$ ein, um t zu berechnen.

**Steigung:**

Mit $A(\overset{x_A}{1}|\overset{y_A}{0})$ $B(\overset{x_B}{1{,}5}|\overset{y_B}{0{,}2})$ folgt:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0{,}2 - 0}{1{,}5 - 1} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$$

**y-Achsenabschnitt t:**

Zum Beispiel $A(1|0)$ in Geradengleichung $y = mx + t$:

$0 = 0{,}4 \cdot 1 + t \quad \Rightarrow \quad t = -0{,}4$

**Funktionsgleichung der Rampe:**

$\underline{\underline{r:\ y = 0{,}4x - 0{,}4}}$

2.2 Gegeben sind zwei Punkte, die auf der Parabel liegen, sowie der Parameter a. Dies setzt man nacheinander in die Normalform $y = ax^2 + bx + c$ ein. Dabei bleiben zwei Unbekannte und zwei Gleichungen, die ein lineares Gleichungssystem bilden. Mit dem Subtraktionsverfahren bekommt man zunächst den Parameter c weg und berechnet b. Anschließend setzt man alle bekannten Größen z. B. in die 1. Gleichung ein, um c zu berechnen.

Die Koordinaten der Punkte $C(3|0{,}77)$ und $D(3{,}5|0{,}88)$ sowie der Parameter $a = -0{,}12$ werden in die Parabelgleichung $y = ax^2 + bx + c$ eingesetzt:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 0{,}77 = -0{,}12 \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \\ \text{II} & 0{,}88 = -0{,}12 \cdot 3{,}5^2 + b \cdot 3{,}5 + c \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 0{,}77 = -1{,}08 + 3b \quad + c \\ \text{II} & 0{,}88 = -1{,}47 + 3{,}5b + c \end{array}$$

$$\begin{array}{lrl} \text{I} - \text{II:} & -0{,}11 = 0{,}39 - 0{,}5b & \mid -0{,}39 \\ & -0{,}5 = -0{,}5b & \mid : (-0{,}5) \\ & 1 = b & \end{array}$$

b in I: $0,77 = -1,08 + 3 \cdot 1 + c \quad \vert +1,08 \; -3$

$-1,15 = c$

**Parabelgleichung:**

$\underline{\underline{p\colon\; y = -0,12x^2 + x - 1,15}}$

2.3 Bei dieser Aufgabe ist der Schnittpunkt der Graphen der quadratischen und der linearen Funktion gesucht. Darum müssen beide Funktionen gleichgesetzt und alles auf eine Seite gebracht werden. Anschließend kann die entstandene quadratische Gleichung mit der Lösungsformel gelöst werden. Da es sich um einen Berührpunkt handelt – die Gerade r ist nach Voraussetzung die Tangente an die Parabel p im Punkt E – , muss die Diskriminante gleich null sein. Der errechnete x-Wert muss dann noch in die lineare Funktion eingesetzt werden, um den fehlenden y-Wert des gesuchten Punktes E zu berechnen.

**Gleichsetzen p = r der Funktionsterme:**

$-0,12x^2 + x - 1,15 = 0,4x - 0,4 \quad \vert -0,4x \; +0,4$

$-0,12x^2 + 0,6x - 0,75 = 0$

**Lösungsformel mit a = –0,12, b = 0,6, und c = –0,75:**

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0,6 \pm \sqrt{0,6^2 - 4 \cdot (-0,12) \cdot (-0,75)}}{2 \cdot (-0,12)} = \frac{-0,6 \pm \sqrt{0}}{-0,24} = 2,5 = x_E$$

**Koordinaten des Punktes E:**

$x_E$ in r: $y_E = 0,4 \cdot 2,5 - 0,4 = 0,6 \;\Rightarrow\; \underline{\underline{E(2,5\,|\,0,6)}}$

2.4 Die maximale Höhe des Balles auf seiner Flugbahn kann man am y-Wert des Scheitels ablesen. Darum ist dieser zu berechnen.

**y-Koordinate des Scheitels der Parabel p:**

p: $y = -0,12x^2 + x - 1,15$ mit $a = -0,12$, $b = 1$ und $c = -1,15$

$$y_S = c - \frac{b^2}{4a} = -1,15 - \frac{1^2}{4 \cdot (-0,12)} = -1,15 - (-2,08\overline{3}) = \underline{\underline{0,9\overline{3}}}$$

Die maximale Flughöhe des Balls beträgt 0,93 m.

2.5 Um feststellen zu können, ob der Ball ins Netz geht oder nicht, muss zunächst die Flughöhe an der Stelle $x = 6$ berechnet werden. Dazu wird $x = 6$ in die Funktionsgleichung der Parabel eingesetzt.

$x = 6$ in p:

$y = -0,12 \cdot 6^2 + 6 - 1,15 = 0,53$

Der Ball fliegt also an der Stelle $x = 6$ in einer Höhe von 0,53 m. Da der Netzring in einer Höhe von 0,4 m beginnt und einen Durchmesser von 0,5 m hat (also bei 0,9 m endet), ist gezeigt, dass der Ball ins Netz fliegt.

$0,4\text{ m} < 0,53\text{ m} < 0,9\text{ m} \;\Rightarrow$ Der Ball landet im Netz.