

2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50
Jahre
STARK

STARK
Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschulabs

Bayern

Mathematik II/III

- ✓ Ausführliche Lösungen
- ✓ Hilfreiche Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen

1 Grundwissen 9. Klasse

1.1 Lineare Funktionen	1
1.2 Lineare Gleichungssysteme	7
1.3 Reelle Zahlen	13
1.4 Flächeninhalt ebener Figuren	16
1.5 Strahlensätze	33
1.6 Rechtwinklige Dreiecke	36
1.7 Berechnungen am Kreis	44
1.8 Grundbegriffe der Statistik	46
1.9 Zufallsexperimente	48

2 Grundwissen 10. Klasse

2.1 Quadratische Funktionen	54
2.2 Quadratische Gleichungen	65
2.3 Exponentialfunktionen und Logarithmen	77
2.4 Trigonometrie	86
2.5 Raumgeometrie	96
2.6 Pfadregeln in Baumdiagrammen	124

Aufgaben im Stil der Prüfung

Musterprüfung

Teil A – ohne Taschenrechner	M-1
Teil B – mit Taschenrechner	M-4

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2025

Teil A – ohne Taschenrechner	2025-1
Teil B – mit Taschenrechner	2025-4

Abschlussprüfung 2026 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, können die Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

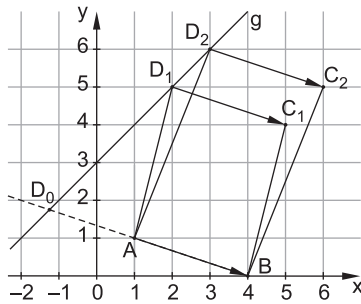
dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Mathematik II/III – Realschulabschluss 2027 Bayern – Prüfungsvorbereitung inkl. Basistraining** (Bestell-Nr. Q0910Q). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die  **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Training Grundwissen und komplexe Aufgaben: Markus Hochholzer, Markus Schmidl
Aufgaben im Stil der Prüfung und Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

37 a)


 Berechnung des Flächeninhalts von ABC_1D_1 :

 Zuerst: Koordinaten von D_1 :

$$y = 2 + 3 = 5$$

$$D_1(2|5)$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD_1} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Bestimmung des Flächeninhalts mithilfe der Determinante:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \text{ FE} = (3 \cdot 4 - (-1) \cdot 1) \text{ FE} = (12 + 1) \text{ FE} = 13 \text{ FE}$$

Hinweise und Tipps

- Einzeichnen der Geraden $g: y = x + 3$
y-Achsenabschnitt $t = 3$
Steigung $m = 1$
- Einzeichnen der Punkte D_1 und D_2 auf der Geraden g mithilfe der bekannten x-Koordinaten
- Parallelverschiebung des Punktes D_1 auf C_1 mit dem Vektor $\overrightarrow{AB}$, ebenso mit D_2

 Einsetzen von $x = 2$ in die Geradengleichung

 $\overrightarrow{AB}$ zuerst

In Abhängigkeit von x bedeutet: Rechne nicht mit speziellen Koordinaten für D . Verwende die allgemeinen Koordinaten der Punkte D_n , die durch die Funktionsgleichung der Geraden festgelegt sind.

Aufspannende Vektoren mit „Spitze minus Fuß“

 b) $D_n(x|x+3)$, da $y = x + 3$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} x-1 \\ x+3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ x+2 \end{pmatrix}$$

$$A(x) = \begin{vmatrix} 3 & x-1 \\ -1 & x+2 \end{vmatrix} \text{ FE}$$

$$A(x) = [3 \cdot (x+2) - (-1) \cdot (x-1)] \text{ FE}$$

$$A(x) = (3x + 6 + x - 1) \text{ FE}$$

$$A(x) = (4x + 5) \text{ FE}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} A(x) = (4x + 5) \text{ FE} \\ \wedge \quad A = 10 \text{ FE} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 10 = 4x + 5 \quad (I = II) \quad | -5$$

$$\Leftrightarrow 5 = 4x \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$L = \left\{ 1 \frac{1}{4} \right\}$$

$$D_n(x|x+3) \Rightarrow D_3\left(1 \frac{1}{4} \mid 1 \frac{1}{4} + 3\right) = D_3\left(1 \frac{1}{4} \mid 4 \frac{1}{4}\right)$$

 $x = 1 \frac{1}{4}$ einsetzen

d) Es entsteht kein Parallelogramm mehr, wenn der Punkt D_n auf den Punkt D_0 auf der Geraden AB fällt. Aus dem Parallelogramm wird dann eine Strecke.

siehe Zeichnung in Teilaufgabe a

Der Flächeninhalt ist in diesem Fall 0 FE.

$$\begin{array}{l} A(x) = (4x + 5) \text{ FE} \\ \wedge \\ A = 0 \text{ FE} \end{array}$$

$$\Rightarrow 4x + 5 = 0 \quad (I = II) \quad \left| -5 \right.$$

$$\Leftrightarrow 4x = -5 \quad \left| :4 \right.$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$$

$$L = \left\{ -1\frac{1}{4} \right\}$$

oder:

Bestimmung der Geradengleichung von AB:

Steigung von AB: $m = -\frac{1}{3}$

Einsetzen von B in die Normalform von AB:

$$0 = -\frac{1}{3} \cdot 4 + t$$

$$t = \frac{4}{3}$$

Geradengleichung von AB: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

Berechnung der Koordinaten von D_0 :

Schnittpunkt der Geraden g mit AB:

$$\begin{array}{l} \text{AB:} \\ \text{g:} \end{array} \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \\ \wedge \\ y = x + 3 \end{array}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = x + 3 \quad (I = II) \quad \left| -x - \frac{4}{3} \right.$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{3}x = \frac{5}{3} \quad \left| \cdot \left(-\frac{3}{4} \right) \right.$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$$

$$L = \left\{ -1\frac{1}{4} \right\}$$

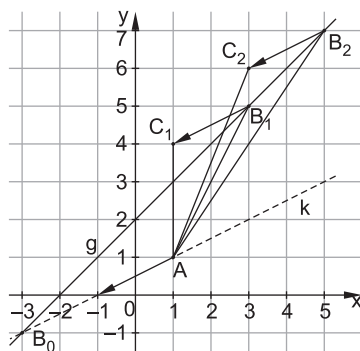
Es existieren Parallelelogramme ABC_nD_n für $x > -1\frac{1}{4}$.

Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$: y-Koordinate durch x-Koordinate ergibt die Steigung

Normalform $y = mx + t$ mit $B(4|0)$ und $m = -\frac{1}{3}$

Für $x < -1\frac{1}{4}$ ändert sich der Umlaufsinn der Parallelelogramme.

38 a)



- Zeichnen der Geraden g: $y = x + 2$
y-Achsenabschnitt $t = 2$
Steigung $m = 1$ (1 nach rechts, 1 nach oben)
- Einzeichnen der beiden Punkte $B_1(3|5)$ und $B_2(5|7)$ auf der Geraden. Die y-Koordinaten erhält man durch Einsetzen der x-Koordinaten in die Geradengleichung $y = x + 2$.
- Parallelverschiebung der Punkte B_1 und B_2 mit dem Vektor $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ergibt die Punkte C_1 und C_2 .
(Von B_n aus jeweils „2 nach links und 1 nach unten“.)

Hinweise und Tipps

b) Flächeninhalt der Dreiecke:

Aufspannende Vektoren:

$$\overrightarrow{B_n C_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{B_n A} = \begin{pmatrix} 1-x \\ 1-(x+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-x \\ -1-x \end{pmatrix}$$

Berechnung des Flächeninhalts mithilfe der Determinante:

$$A_{\Delta AB_n C_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1-x \\ -1 & -1-x \end{vmatrix} \text{ FE}$$

$$A_{\Delta AB_n C_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [-2 \cdot (-1-x) - (-1) \cdot (1-x)] \text{ FE}$$

$$A_{\Delta AB_n C_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [2 + 2x - (-1 + x)] \text{ FE}$$

$$A_{\Delta AB_n C_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [2 + 2x + 1 - x] \text{ FE}$$

$$A_{\Delta AB_n C_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (3 + x) \text{ FE}$$

$$A_{\Delta AB_n C_n}(x) = (0,5x + 1,5) \text{ FE}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } \quad A(x) = (0,5x + 1,5) \text{ FE} \\ \quad \wedge \quad A = 4 \text{ FE} \end{array}$$

$$\Rightarrow 0,5x + 1,5 = 4 \quad (I = II) \quad | -1,5$$

$$\Leftrightarrow 0,5x = 2,5 \quad | : 0,5$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$L = \{5\}$$

Das ist die x-Koordinate von B_2 , also hat das Dreieck AB_2C_2 in der Zeichnung den Flächeninhalt 4 FE.

d) Es entsteht kein Dreieck, wenn B_n auf B_0 fällt. Das Dreieck wird dann zu einer Strecke.

Der Flächeninhalt ist in diesem Fall 0 FE.

$$\begin{array}{l} A(x) = (0,5x + 1,5) \text{ FE} \\ \quad \wedge \quad A(x) = 0 \text{ FE} \end{array}$$

$$\Rightarrow 0,5x + 1,5 = 0 \quad (I = II) \quad | -1,5$$

$$\Leftrightarrow 0,5x = -1,5 \quad | : 0,5$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

$$L = \{-3\}$$

oder:

Es entsteht kein Dreieck, wenn die Punkte A, B_n und C_n auf **einer** Geraden liegen.

Diese Gerade muss durch A verlaufen und parallel zum

Vektor $\overrightarrow{B_n C_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sein. Diese Gerade wird mit k be-

zeichnet und ihre Gleichung berechnet:

Die Steigung der Geraden k ist: $m = \frac{-1}{-2} = 0,5$

Einsetzen von A(1 | 1) in die Normalform von k:

$$1 = 0,5 \cdot 1 + t$$

$$\Leftrightarrow t = 0,5$$

Geradengleichung von k: $y = 0,5x + 0,5$

„Spitze minus Fuß“

Verwende die allgemeinen Koordinaten der Punkte $B_n(x | x+2)$.

Beachte die Reihenfolge der Vektoren in der Determinante.

Tipp: Wenn du die Determinante auflöst, setze immer eine eckige Klammer.

Um Vorzeichenfehler zu vermeiden, gehe schrittweise vor und löse die Klammern von innen nach außen auf.

Aus Teilaufgabe b

siehe Zeichnung in Teilaufgabe a

Vektor $\overrightarrow{B_n C_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$: y-Koordinate durch x-Koordinate ergibt die Steigung

Normalform $y = mx + t$ mit A(1 | 1) und $m = 0,5$

Musterprüfung

Teil A

Aufgabe A 1.1

Berechnung des Vektors $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Mit $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (vgl. Angabe) ergeben sich die Steigungen:

$$m_{AB} = -\frac{3}{4} \quad \text{und} \quad m_{AC} = \frac{4}{3}$$

Somit gilt:

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$$

Folglich gilt $AB \perp AC$.

Also ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

Hinweise und Tipps

Mithilfe der Steigungen m_{AB} und m_{AC} der Geraden AB und AC zeigt man, dass diese zueinander senkrecht verlaufen.

Aufgabe A 1.2

$$A_{\text{Segment}} = A_{\text{Sektor ABC}} - A_{\Delta ABC}$$

$$A_{\text{Segment}} = \frac{1}{4} \cdot |\overrightarrow{AB}|^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|$$

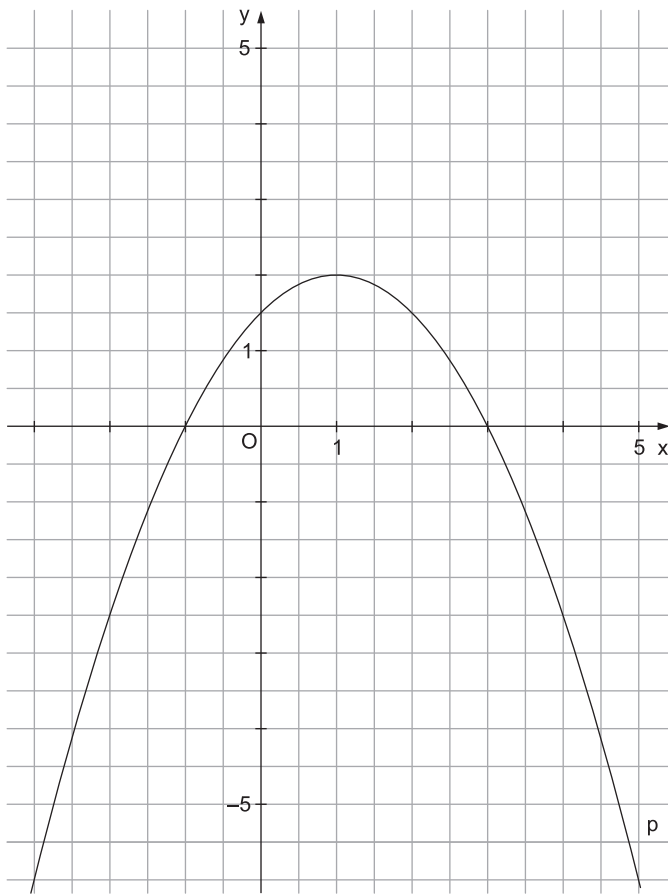
$$A_{\text{Segment}} = \left(\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 5^2 \right) \text{FE}$$

$$A_{\text{Segment}} = \left(\frac{25}{4} \cdot \pi - \frac{25}{2} \right) \text{FE}$$

$$A_{\text{Segment}} = (6,25 \cdot \pi - 12,5) \text{FE}$$

Man zieht vom Flächeninhalt des Kreissektors ABC den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ab.

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei A. Somit handelt es sich beim Kreissektor ABC um einen Viertelkreis. Die Längen der Dreiecksseiten $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ entsprechen dem Radius des Viertelkreises: $|\overrightarrow{AB}| = 5 \text{ LE}$ und $|\overrightarrow{AC}| = 5 \text{ LE}$

 Hinweise und Tipps**Aufgabe A 2**

Die Parabel p hat den Scheitel $S(1 \mid 2)$, ist nach unten geöffnet und mit dem Faktor 0,5 gestaucht.

- Von S geht man um 1 LE nach links bzw. rechts und um $0,5 \cdot 1^2 \text{ LE} = 0,5 \text{ LE}$ nach unten.
- Von S geht man um 2 LE nach links bzw. rechts und um $0,5 \cdot 2^2 \text{ LE} = 2 \text{ LE}$ nach unten.
- Von S geht man um 3 LE nach links bzw. rechts und um $0,5 \cdot 3^2 \text{ LE} = 4,5 \text{ LE}$ nach unten ...

Aufgabe A 3

$$0,5x^2 + 18 = 6x \quad | -6x \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0,5x^2 - 6x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6) - \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 18}}{2 \cdot 0,5} \vee x = \frac{-(-6) + \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 18}}{2 \cdot 0,5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6-0}{1} \vee x = \frac{6+0}{1}$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

$$L = \{6\}$$

oder:

$$0,5x^2 - 6x + 18 = 0 \quad | \cdot 2 \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-6)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

$$L = \{6\}$$

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2025

Teil A

Aufgabe A 1.1

Wahrscheinlichkeit für die Wahl von III a:

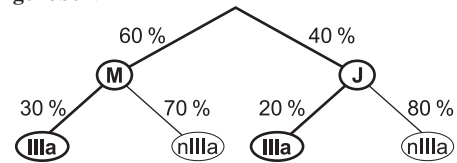
$$P = \frac{60}{100} \cdot \frac{30}{100} + \frac{40}{100} \cdot \frac{20}{100}$$

$$P = \frac{26}{100}$$

$$P = 26 \%$$

Hinweise und Tipps

Die Pfade für das Ereignis IIIa sind hier **hervorgehoben**.



Aufgabe A 1.2

Anzahl der Kinder, die sich für III a entschieden haben:

$$x = 150 \cdot \frac{26}{100}$$

$$x = 3 \cdot \frac{26}{2}$$

$$x = 39$$

Es haben sich 39 Kinder für die Wahlpflichtfächergruppe III a entschieden.

Es haben sich 26 % der 150 Schülerinnen und Schüler für die Wahlpflichtfächergruppe III a entschieden.

Aufgabe A 2.1

Einsetzen der Koordinaten des Scheitels $S(2|3)$:

$$y = a \cdot (x - 2)^2 + 3$$

$$a, x, y \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

Einsetzen der Koordinaten des Punktes $P(0|1)$:

$$1 = a \cdot (0 - 2)^2 + 3$$

$$a \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

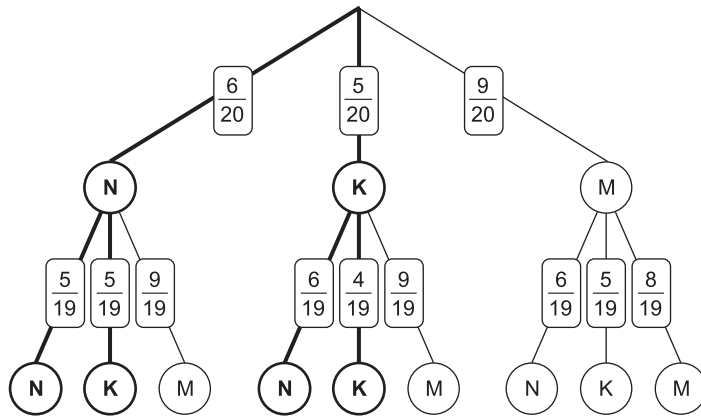
$$\Leftrightarrow 1 = a \cdot 4 + 3 \quad | -3$$

$$\Leftrightarrow -2 = a \cdot 4 \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow a = -0,5$$

$$L = \{-0,5\}$$

In der Gleichung $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ sind x_S und y_S die Koordinaten des Scheitels. Da $P \in p$, lässt sich durch Einsetzen der Koordinaten des Punktes a ermitteln.

Teil B**Aufgabe B 1.1** **Hinweise und Tipps**

Da anfangs unter den 20 Kugeln 6 Kugeln mit Nougat und 5 Kugeln mit Krokant sind, müssen die restlichen 9 Kugeln mit Marzipan gefüllt sein. Beim ersten Ziehen wird eine aus 20 Kugeln genommen. Beim zweiten Ziehen hat man nur noch 19 Kugeln zur Auswahl.

Je nachdem, welche Kugel beim ersten Ziehen entnommen wurde, verringert sich die Anzahl im entsprechenden Pfad um eins.

Wurde z. B. beim ersten Zug eine Nougatkugel entnommen, so sind in diesem Fall beim zweiten Ziehen nur noch fünf Nougatkugeln unter den restlichen 19 Kugeln.

Aufgabe B 1.2

Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln:

$$P = \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{6}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19}$$

$$P = \frac{3}{38} + \frac{3}{38} + \frac{3}{38} + \frac{2}{38}$$

$$P = \frac{11}{38}$$

Die entsprechenden Pfade wurden in B 1.1 **hervorgehoben**.

Aufgabe B 1.3

Freds Kugel ist mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{9}{18}$ bzw. $\frac{1}{2}$ mit Marzipan gefüllt.

Wilma hat zwei Kugeln gezogen, es gibt also nur noch 18 Kugeln. Da bisher keine Marzipankugel gezogen wurde, sind noch alle 9 unter den restlichen 18 Kugeln.

Aufgabe B 2.1

Die Staatsverschuldung nimmt entsprechend der Funktion f jährlich um 3 % zu.

Bei einer Multiplikation eines Wertes x mit 1,03 gilt:

$$1,03 \cdot x = 1 \cdot x + \underbrace{0,03 \cdot x}_{\text{Erhöhung}} = 1 \cdot x + \underbrace{\frac{3}{100} \cdot x}_{\text{Erhöhung}}$$

Dies entspricht einer Erhöhung um 3 %.

Aufgabe B 2.2

$$1\,600 \cdot 1,03^{2045-2025} = 1\,600 \cdot 1,03^{20} = 2\,890$$

Für den 01. 01. 2045 gilt $x = 2045 - 2025$.

Am 01. 01. 2045 wird die Staatsverschuldung laut der Funktion f bei 2 890 Milliarden Euro liegen.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK