

2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50
Jahre
STARK

STARK
Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Abitur

Baden-Württemberg

Mathematik LF

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Offizielle Musteraufgaben
- ✓ Aufgaben im Stil der Prüfung
- ✓ Interaktives Training



Inhaltsverzeichnis

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

Das Abitur im Leistungsfach	I
Die Aufgaben der schriftlichen Abiturprüfung Mathematik	I
Ablauf der schriftlichen Abiturprüfung	VI
Bewertung der Prüfungsarbeiten	VI
Der Aufbau des Buches	VII
Einsatz eines WTR am Beispiel des TI-30X Plus MathPrint	VIII

Übungsaufgabensatz 1 im Stil der Prüfung

Teil A	1
Teil B: Analysis	
Aufgabe I 1.1 $r(x) = -0,1x^2 \cdot (x - 6)$; $r_k(x) = -kx^2 \cdot (x - 6)$	19
Modellierung, Steigung, Schnitt mit Kreis	
Aufgabe I 1.2 $f_a(x) = \sin(x) - \frac{1}{a} \cdot \sin(ax)$	20
Normale, Integral, Parameter	
Teil B: Analytische Geometrie	
Aufgabe II 1 Ebenenschar, Kegel, Kugel	27
Teil B: Stochastik	
Aufgabe III 1 Binomialverteilung, Standardabweichung, Vierfeldertafel,	34
bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Abhängigkeit	

Übungsaufgabensatz 2 im Stil der Prüfung

Teil A	41
Teil B: Analysis	
Aufgabe I 1.1 $z_k(t) = 20k \cdot t \cdot e^{-k \cdot t^2}$	55
momentane Änderungsrate, Grenzwert, Interpretation	
Aufgabe I 1.2 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3$	55
Umkehrfunktion, Rotationsvolumen	
Teil B: Analytische Geometrie	
Aufgabe II 1 Pyramide, Winkel, Orthogonalität, Volumen	63
Teil B: Stochastik	
Aufgabe III 1 Normalverteilung, Höchstanzahl, bedingte Wahrscheinlichkeit ..	70

Offizielle Beispielaufgabe für 2024 (Auszug)

Teil A	MA-1
Teil B: Analysis	
Aufgabe I 2 $f(x) = e^x$; $h(x) = \frac{1}{x-2} + 4$	MA-15
Tangente, Flächeninhalt, Rotationsvolumen, Definitionsmenge, Grenzwert, Umkehrfunktion, Verkettung	
Teil B: Analytische Geometrie	
Aufgabe II 2 Doppelpyramide, Ebenenschar, Winkel, Drehung	MA-25
Teil B: Stochastik	
Aufgabe III 2.1 Fahrradhändler, Binomialverteilung,	MA-33
bedingte Wahrscheinlichkeit, Mindestanzahl	
Aufgabe III 2.2 Zucker, Normalverteilung, Dichtefunktion, Intervall	MA-34

Abiturprüfung 2024

Teil A	2024-1
Teil B: Analysis	
Aufgabe I 1.1 $f_{a,b}(x) = ax^3 - bx$	2024-16
Symmetrie, Extrempunkte, Flächeninhalt, Tangente	
Aufgabe I 1.2 $u(x) = 100x^3 - 900x^2 + 2300x$	2024-17
$v(x) = 20x^2 - 520x + 2880$	
Lesebestätigungen, Mittelwert, momentane Änderungsrate, Modellierung, Interpretation, prozentuale Abweichung	

Aufgabe I 2.1	$f(t) = 30 \cdot (e^{-3t} - e^{-6t})$	2024-27
	Atemfluss, momentane Änderungsrate, Maximum, Zeitraum, Integral, Modellierung, Tangente	
Aufgabe I 2.2	$f_a(x) = (x-2)^2 + a(x-2) + 2$	2024-28
	Monotonie, Tangente, Viereck, Flächeninhalt, Winkel	

Teil B: Analytische Geometrie

Aufgabe II 1	Pyramide, Oberflächeninhalt, Symmetrieebene,	2024-38
	Ebenengleichung, Ebenenschar, Winkel, Drehung	
Aufgabe II 2	Ebene, Geradenschar, Orthogonalität, Winkel, Abstand	2024-47

Teil B: Stochastik

Aufgabe III 1	Streamingdienst, Baumdiagramm, Mindestanzahl,	2024-54
	Nullhypothese, Fehler zweiter Art, Kombinatorik	
Aufgabe III 2	Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit,	2024-64
	Normalverteilung	

Abiturprüfung 2025

Teil A	2025-1
---------------------	--------

Teil B: Analysis

Aufgabe I 1.1	$f_a(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax + 2a$	2025-20
	Graph, Wendepunkt, Integral, Parameter, Termumformungen, gemeinsame Punkte, Anzahl der Lösungen	
Aufgabe I 1.2	Elektroauto, Nennreichweite, tatsächliche Reichweite,	2025-21
	Hochpunkt, Interpretation	
Aufgabe I 2.1	$f(t) = 36 \cdot e^{-0,05t} + 80$	2025-30
	Masse eines Tieres, Grenzwert, Zeitpunkt, momentane Änderungsrate, Umkehrung, Interpretation	
Aufgabe I 2.2	$g_a(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{a \cdot x}$	2025-30
	Asymptote, Integral, waagerechte Tangente, Nullstelle, Kreis, Parameter	

Teil B: Analytische Geometrie

Aufgabe II 1	Pyramide, Kantenlänge, Volumen, Winkel,	2025-38
	Ebenenschar, Schnittfigur, minimaler Flächeninhalt	
Aufgabe II 2	Ebene, Winkel, Ebenenschar, Orthogonalität,	2025-45
	Spurpunkte, Parallelität, Geradengleichung	

Teil B: Stochastik

- Aufgabe III 1 Radausflügler, Binomialverteilung, Baumdiagramm, 2025-51
bedingte Wahrscheinlichkeit, Hypothesentest
- Aufgabe III 2 Fahrzeit Linienbus, Normalverteilung, Dichtefunktion, 2025-58
Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit

Abiturprüfung 2026 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen. Den Zugangscode finden Sie vorne im Buch.



Bei **MySTARK** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen; teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Jahrgang 2026**, sobald dieser zum Download bereit steht

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Autoren

Winfried König (Hinweise und Tipps zur Abiturprüfung, Übungsaufgabensätze, Lösungen der Beispielaufgabe sowie der Prüfungen 2025 und 2026)

Volker Stemberg (Hinweise und Tipps zur Abiturprüfung, Übungsaufgabensätze, Lösungen der Beispielaufgabe sowie der Prüfungen 2024, 2025 und 2026)

Dr. Raimund Ordowski (Hinweise zum WTR)

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

Das Abitur im Leistungsfach

Die Einführung des fünfständigen Leistungsfaches Mathematik hatte weitreichende Änderungen in der schriftlichen Abiturprüfung zur Folge. Die letzte für Sie wichtigste Änderung bestand darin: Erstmals wählten auch Schülerinnen und Schüler Aufgaben aus; ferner gab es kleinere Anpassungen bei den Inhalten. Aus diesem Grund finden Sie in diesem Buch u. a. zwei vollständige Übungsmustersätze im Stil der Abiturprüfung, die die neuen Formate, Herausforderungen und Inhalte präzise abbilden. Für Sie erfreulich: Ab 2025 wurde – bei unverändert 300 Minuten Bearbeitungszeit – der Umfang der schriftlichen Abiturprüfung reduziert; statt 120 Bewertungseinheiten (BE) werden 100 BE vergeben (siehe Seite III).

Dennoch bleiben zahlreiche frühere Abituraufgaben sowie vom Kultusministerium veröffentlichte Aufgaben zur Vorbereitung als Übungsmaterial weiterhin gut geeignet.

Die Jahrgänge 2024 und 2025 finden Sie neben den erwähnten zwei Übungsmustersätzen und offiziellen Beispielaufgaben für das Abitur 2024 mit gewohnt ausführlichen Lösungen in diesem Buch; die Abiturprüfung 2026 steht Ihnen – selbstverständlich ebenfalls inklusive ausführlicher Lösungen – auf der Plattform MySTARK zum Download zur Verfügung.

Die Aufgaben der schriftlichen Abiturprüfung Mathematik

Grundlage für das Abitur ist der Bildungsplan 2016 für das achtjährige Gymnasium. Die schriftliche Prüfung in Mathematik erstreckt sich über die Gebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik. Die Liste auf der nächsten Seite zeigt die Inhalte, die erst seit der Einführung des Leistungsfaches 2021, seit 2023 bzw. ab 2024 Gegenstand der Abiturprüfung sein können.

Analysis:

- einfache allgemeine Exponentialfunktionen (ab 2024)
- Wurzelfunktion (seit 2023)
- Logarithmusfunktion (seit 2023)
- Umkehrfunktion (seit 2023)
- Volumen von Rotationskörpern auch mithilfe der Integralrechnung

Analytische Geometrie:

- Vektorprodukt (seit 2023)
- Abstand windschiefer Geraden

Stochastik:

- bei diskreten Zufallsgrößen und bei der Binomialverteilung neben Erwartungswert und Standardabweichung auch die Varianz (ab 2024)
- elementare Kombinatorik (seit 2023)
- Vierfeldertafeln (seit 2023)
- bedingte Wahrscheinlichkeit (seit 2023)
- stochastische Unabhängigkeit (seit 2023)
- Standardabweichung der Binomialverteilung
- ein- und zweiseitige Tests mithilfe der Binomialverteilung, Fehler 1. und 2. Art
- Normalverteilung (Dichtefunktion, Erwartungswert, Standardabweichung, Glockenkurve)

Sie erkennen auf einen Blick, dass in der Stochastik die meisten Änderungen vorgenommen wurden.

Zu folgenden Inhalten müssen Sie für die schriftliche Prüfung über **keine spezifischen Kompetenzen** verfügen (dies bedeutet aber nicht, dass diese Inhalte in keiner Form Gegenstand der schriftlichen Prüfung sein können):

- Folgen
- Wachstumsprozesse
- Differenzialgleichungen
- Mittelwerte von Funktionen
- Ortslinien bei Funktionenscharen (Wegfall ab 2023)
- Beweise mithilfe von Vektoren (Wegfall ab 2023)
- allgemeine stetige Verteilungen (Wegfall ab 2023)
- Flächenberechnung unbegrenzter Flächen, uneigentliche Integrale (Wegfall ab 2024)

Die schriftliche Abiturprüfung ist in einen **Teil A (ohne Hilfsmittel)** und einen **Teil B (mit Hilfsmitteln)** unterteilt. Auch in Baden-Württemberg werden nun sogenannte Bewertungseinheiten (BE) verwendet; zwei BE entsprechen einem (früher üblichen) Verrechnungspunkt (VP).

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Der **hilfsmittelfreie Teil A** (früher Pflichtteil) umfasst **30 Bewertungseinheiten**. Es werden darin Grundkompetenzen in Form von kleineren Aufgaben abgeprüft.

Teil A ist unterteilt in **vier Pflichtaufgaben** und **sechs Wahlaufgaben**, von denen Sie **zwei Aufgaben auswählen**. Insgesamt sind im Teil A also **sechs Aufgaben mit jeweils 5 BE** zu bearbeiten.

Die Struktur des hilfsmittelfreien Teils A wird in folgendem Schema dargestellt:

	Pflichtaufgaben (20 BE)		Wahlaufgaben (10 BE)	
	vier elementare Aufgaben (ohne AB III); keine Auswahlmöglichkeit		sechs komplexere Aufgaben (mit AB III); Prüfling wählt <u>zwei beliebige</u> Aufgaben aus	
Analysis	P 1, P 2	je 5 BE	W 1, W 2	je 5 BE
Geometrie	P 3	5 BE	W 3, W 4	je 5 BE
Stochastik	P 4	5 BE	W 5, W 6	je 5 BE

Beispielsweise ist es also möglich, dass Sie insgesamt vier Analysis-Aufgaben (P1, P2, W1, W2) bearbeiten oder auch insgesamt drei Stochastik-Aufgaben (P4, W5, W6). Wie dargestellt, enthalten die Aufgaben aus dem Block „Wahlaufgaben“ komplexere Aufgaben (mit dem höchsten Anforderungsbereich III), die Aufgaben aus dem Block „Pflichtaufgaben“ nicht.

Für den Teil A sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.

Zeichengeräte (Geodreieck ohne Schablonen sowie Zirkel) und ein Nachschlagewerk zur deutschen Rechtschreibung dürfen in der gesamten Prüfung verwendet werden.

Die Bearbeitung zum Teil A muss **nach spätestens 110 Minuten** abgegeben werden!

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Der **Teil B** (früher Wahlteil) umfasst **70 Bewertungseinheiten**. Auf die Analysis entfallen 30 BE, auf Geometrie und Stochastik je 20 BE. Grundsätzlich beinhaltet Teil B größere Aufgaben zu den drei Teilgebieten mit zusammenhängenden Fragestellungen, wobei verstärkt Transfer, Modellieren von realen Situationen und Entwickeln von Lösungsstrategien gefragt sind.

Für den Teil B sind als **Hilfsmittel** die **mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung** des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) sowie ein wissenschaftlicher Taschenrechner (**WTR**) ohne Handbuch oder Anleitung zugelassen.

Baden-Württemberg • Leistungsfach Mathematik
 Übungsaufgabensatz 1 im Stil der Prüfung

Teil A

Pflichtaufgaben

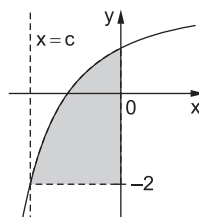
BE

Bearbeiten Sie alle Aufgaben P1 bis P4.

P1 Abgebildet ist der Graph der Funktion f mit:

$$f(x) = -\frac{4}{(x+2)^2} + 2; \quad x > -2$$

- a** Begründen Sie, dass c den Wert -1 hat.
b Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche.



2

3

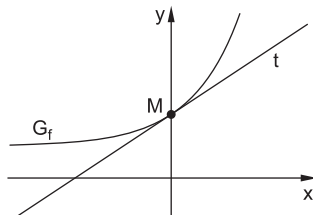
P2 Für ein $k > 0$ ist die Funktion f mit

$$f(x) = 1 + e^{k \cdot x} \text{ gegeben.}$$

Der Graph G_f schneidet die y -Achse im Punkt M .

Die Abbildung zeigt G_f sowie die Tangente t an G_f im Punkt M .

- a** Weisen Sie nach, dass die Tangente t die Gleichung $y = kx + 2$ hat.
b Die Tangente t schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck mit dem Flächeninhalt $\frac{1}{2}$ ein. Bestimmen Sie den Wert von k .



2

3

P3 Gegeben sind die Punkte $A(1 \mid 4 \mid 3)$ und $B(1 \mid 4 \mid -2)$ sowie die Ebene

$$E: x_2 = 4 \text{ und die Gerade } k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (r \in \mathbb{R}).$$

- a** Begründen Sie, dass die Ebene E orthogonal zur Geraden k ist und den Punkt A enthält.
b Der Punkt C liegt auf der Geraden k und das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt 15 .
 Bestimmen Sie alle möglichen Koordinaten von C .

2

3

Aufgabe P 1*Teilaufgabe a*

Welche Gerade schneidet der Graph von f bei $x=c$ in der Abbildung?

Was muss damit für $f(c)$ gelten?

Beachten Sie, wie viele Schnittpunkte es im sichtbaren Bereich gibt.

Teilaufgabe b

Wodurch ist die markierte Fläche begrenzt?

Wie berechnet man den Inhalt einer Fläche, die zwischen zwei Graphen liegt?

Ist die Lage der Fläche relevant, d. h., spielt es eine Rolle, ob Teile ober- bzw. unterhalb der x -Achse liegen?

Aufgabe P 2*Teilaufgabe a*

Welche x -Koordinate besitzt der Punkt M ?

Bestimmen Sie die Gleichung der ersten Ableitung von f und berechnen Sie damit die Steigung der Tangente t .

Zeigen Sie, dass der Funktionswert von f an der Stelle 0 mit dem y -Achsenabschnitt von t übereinstimmt.

Teilaufgabe b

Welche besondere Eigenschaft hat dieses Dreieck?

Bestimmen Sie zunächst den Flächeninhalt in Abhängigkeit von k .

Aufgabe P 3*Teilaufgabe a*

Wie lautet ein Normalenvektor von E ?

Welche Lagebeziehung muss für einen Normalenvektor von E und einen Richtungsvektor von k bestehen, wenn E orthogonal ist zu k ?

Wie überprüft man, ob ein Punkt in einer Ebene liegt?

Teilaufgabe b

Der Punkt B ist offensichtlich der Schnittpunkt von E und k . Warum?

Fertigen Sie eine Skizze an, um sich die Situation zu veranschaulichen.

Um welche Art Dreieck handelt es sich beim Dreieck ABC ? Wie können Sie daher dessen Flächeninhalt berechnen?

Berechnen Sie die Länge der Grundseite als $|\overline{AB}|$.

Welche Höhe muss das Dreieck ABC folglich haben?

Welche Punkte liegen auf k und haben diese Höhe als Abstand zu B ?

Lösungsvorschlag – Teil A

- P1 a** Da der Graph von f und die Parallele zur x -Achse $y=-2$ im sichtbaren Bereich genau einen gemeinsamen Punkt besitzen, genügt es zu zeigen, dass $f(-1)=-2$ gilt.

Durch Einsetzen erhält man:

$$f(-1) = -\frac{4}{(-1+2)^2} + 2 = -4 + 2 = -2$$

Damit hat c den Wert -1 .

- b** Die markierte Fläche wird begrenzt durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = -\frac{4}{(x+2)^2} + 2,$$

die Parallele zur x -Achse $y=-2$ bzw. $g(x)=-2$ und die y -Achse.

Da es bei Flächen, die von den Graphen zweier Funktionen begrenzt werden, keine Rolle spielt, ob Teile der Fläche unter- oder oberhalb der x -Achse liegen, erhält man mit $c=-1$ für den gesuchten Flächeninhalt A :

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^0 (f(x) - g(x)) \, dx = \int_{-1}^0 \left(-\frac{4}{(x+2)^2} + 2 - (-2) \right) dx = \left[\frac{4}{x+2} + 4x \right]_{-1}^0 \\ &= 2 - (4 - 4) = 2 \end{aligned}$$

Die markierte Fläche hat den **Inhalt 2**.

- P2 a** Für ein $k > 0$ ist die Funktion f mit $f(x) = 1 + e^{k \cdot x}$ gegeben.

Für die erste Ableitung erhält man mithilfe der Kettenregel $f'(x) = k \cdot e^{k \cdot x}$.

Die Tangente t hat die Gleichung $y = kx + 2$, wenn $f'(0) = k$ und $f(0) = 2$ gilt.

Nachweis:

$$(1) \quad f'(0) = k \cdot e^{k \cdot 0} = k \cdot e^0 = k$$

$$(2) \quad f(0) = 1 + e^{k \cdot 0} = 1 + 1 = 2$$

Damit ist gezeigt, dass die Tangente t die Gleichung $y = kx + 2$ hat.

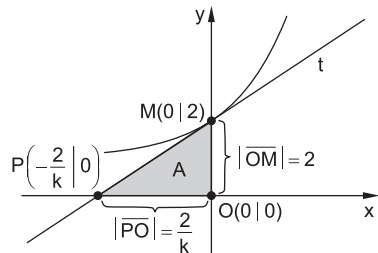
- b** Die Tangente t schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck ein.

Zunächst bestimmt man den Schnittpunkt P der Tangente mit der x -Achse:

$$k \cdot x + 2 = 0 \quad | -2$$

$$k \cdot x = -2 \quad | :k$$

$$x = -\frac{2}{k} \Rightarrow P\left(-\frac{2}{k} \mid 0\right)$$



Nun berechnet man den Flächeninhalt A des rechtwinkligen Dreiecks POM in Abhängigkeit von k :

$$A = \frac{1}{2} \cdot |\overline{PO}| \cdot |\overline{OM}| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{k} \cdot 2 = \frac{2}{k} \quad (\text{Wegen } k > 0 \text{ gilt: } \left| -\frac{2}{k} \right| = \frac{2}{k})$$

Da der Flächeninhalt des Dreiecks laut Aufgabenstellung $A = \frac{1}{2}$ ist, muss folgende Gleichung gelöst werden:

$$\frac{2}{k} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{k = 4}$$

Der gesuchte Wert von k ist 4.

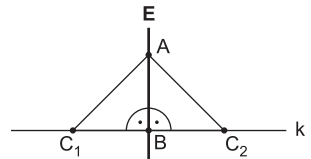
P3 Gegeben sind die Punkte $A(1 | 4 | 3)$ und $B(1 | 4 | -2)$ sowie die Ebene $E: x_2 = 4$ und die Gerade $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a Die Ebene E ist orthogonal zur Geraden k , wenn ihr Normalenvektor \vec{n} ein Vielfaches des Richtungsvektors von k ist (bzw. die Vektoren kollinear sind).

Da $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt, ist **E orthogonal zu k**.

Einsetzen des Punkts A in E führt zur wahren Aussage $4=4$, damit ist **$A \in E$** .

b Da offensichtlich $B \in k$ (Stützpunkt) und $B \in E$ ist, muss B der Schnittpunkt von E und k sein. Da die Ebene E und die Gerade k nach Teilaufgabe a orthogonal zueinander sind, ist damit das Dreieck ABC rechtwinklig, vgl. Skizze.



Den Flächeninhalt I eines rechtwinkligen Dreiecks berechnet man mithilfe von:

$$I = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Für die Länge der Grundseite g des Dreiecks ABC erhält man:

$$g = |\overline{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right| = 5$$

Daraus folgt wegen der Vorgabe $I = 15$:

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot h = 15$$

$$h = \frac{30}{g} = \frac{30}{5} = 6$$

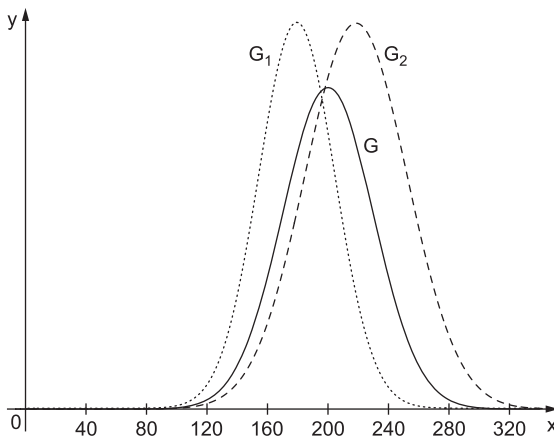
Damit ist $|\overline{BC_1}| = |\overline{BC_2}| = h = 6$.

Die Zufallsgröße Z gibt die Fahrzeit eines Linienbusses zwischen zwei bestimmten Haltestellen an. Sie kann näherungsweise als normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu=200$ und der Standardabweichung $\sigma=30$ angenommen werden (alle Werte in Sekunden).

- a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer zufällig ausgewählten Fahrt die Fahrzeit zwischen den beiden Haltestellen weniger als 150 Sekunden beträgt. 1
- b Ermitteln Sie das kleinste Intervall, in dem die Fahrzeit einer zufällig ausgewählten Fahrt mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % liegt. 4
- c Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von zehn zufällig ausgewählten Fahrten die Fahrzeit bei genau zwei Fahrten mehr als 220 Sekunden beträgt. 3

An Markttagen ist die Fahrzeit zwischen den beiden Haltestellen durchschnittlich etwas länger als an den übrigen Tagen. Diese Fahrzeit kann durch die normalverteilte Zufallsgröße Z^* beschrieben werden.

- d In der Abbildung ist G der Graph der Dichtefunktion von Z . Untersuchen Sie, ob einer der Graphen G_1 und G_2 der Graph der Dichtefunktion von Z^* sein könnte. 2



Teilaufgabe a

Wahrscheinlichkeit für Fahrzeit weniger als 150 Sekunden

Zur Bedienung des WTR können Sie bei WTR 8 nachschlagen.

Teilaufgabe b

Ermitteln des kleinsten Intervalls

Wie liegt das gesuchte Intervall $[a; b]$ zum Erwartungswert μ ?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Fahrzeit außerhalb des Intervalls $[a; b]$?

Was folgt daraus für $P(Z \leq a)$?

Sie benötigen für die Bestimmung von a den WTR, ggf. können Sie bei WTR 9 nachschlagen.

Aus der Symmetrie des Intervalls zum Erwartungswert ergibt sich der Wert für b .

Teilaufgabe c

Wahrscheinlichkeit für genau zwei Fahrten mit mehr als 220 Sekunden

Berechnen Sie zunächst die Wahrscheinlichkeit p dafür, dass die Fahrzeit mehr als 220 Sekunden beträgt (vgl. WTR 8).

Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Fahrten mit einer Fahrzeit von mehr als 220 Sekunden. Wie ist die Zufallsgröße X verteilt?

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit können Sie mit dem WTR berechnen (WTR 4).

Teilaufgabe d

Untersuchung der Graphen

An Markttagen ist die Fahrzeit durchschnittlich etwas länger als sonst. Was bedeutet dies für den Erwartungswert von Z^* ?

Wie muss dann der Graph der Dichtefunktion von Z^* gegenüber dem Graphen G verschoben sein? Was bedeutet dies für G_1 ?

Was gilt allgemein für den Inhalt der Fläche, die der Graph einer Dichtefunktion mit der x -Achse einschließt?

Vergleichen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von G mit der x -Achse einschließt, mit dem Inhalt der Fläche zwischen G_2 und der x -Achse. Was folgt daraus für G_2 ?

Lösungsvorschlag – Teil B: Stochastik III 2

Die Zufallsgröße Z ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 200$ und der Standardabweichung $\sigma = 30$.

a Wahrscheinlichkeit für Fahrzeit weniger als 150 Sekunden:

Mit dem WTR erhält man:

$$P(Z < 150) \approx 0,048 \quad (\text{WTR 8})$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Fahrzeit zwischen den beiden Haltestellen weniger als 150 Sekunden beträgt, liegt bei **ca. 5 %**.

b Ermitteln des kleinsten Intervalls:

Das Maximum der Dichtefunktion liegt bei $x = \mu$, der Graph ist symmetrisch bzgl. der Geraden $x = \mu$. Daher muss auch das gesuchte kleinstmögliche Intervall $[a; b]$ symmetrisch um den Erwartungswert μ liegen.

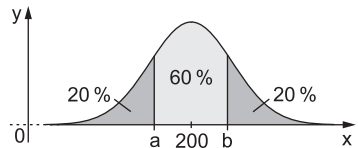
Da die Fahrzeit mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % im Intervall $[a; b]$ liegt, liegt sie mit der Wahrscheinlichkeit von 40 % außerhalb.

Somit muss gelten (siehe Skizze):

$$P(Z \leq a) = 0,20 \quad (\text{bzw. } P(Z \leq b) = 0,80)$$

Daraus ergibt sich mit dem WTR $a \approx 174,8$ (WTR 9).

Mit $a \approx 174,8 = 200 - 25,2$ ist aus Symmetriegründen $b \approx 200 + 25,2 = 225,2$. Für das gesuchte kleinstmögliche Intervall $[a; b]$ gilt also **$a \approx 174,8$** und **$b \approx 225,2$** .



c Wahrscheinlichkeit für genau zwei Fahrten mit mehr als 220 Sekunden:

Zunächst ist die Wahrscheinlichkeit p dafür zu bestimmen, dass die Fahrzeit mehr als 220 Sekunden beträgt. Es gilt:

$$p = P(Z > 220) \approx 0,252 \quad (\text{WTR 8})$$

Beschreibt die Zufallsgröße X die Anzahl der Fahrten mit einer Fahrzeit von mehr als 220 Sekunden, ist X also binomialverteilt mit den Parametern $n = 10$ und p . Damit erhält man:

$$P_p^{10}(X = 2) \approx 0,280 \quad (\text{WTR 4})$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von **ca. 28 %** beträgt die Fahrzeit bei genau zwei der zehn Fahrten mehr als 220 Sekunden.

d Untersuchung der Graphen:

Wenn an Markttagen die Fahrzeit durchschnittlich etwas länger ist als sonst, muss der entsprechende Graph nach rechts verschoben sein. Der Graph G_1 kann also nicht der Graph der Dichtefunktion von Z^* sein, weil er gegenüber G nach links verschoben ist.

Der Graph G_2 kann nicht der Graph der Dichtefunktion von Z^* sein, weil der Inhalt der Fläche zwischen G_2 und der x-Achse deutlich größer ist als der Inhalt der Fläche zwischen G und der x-Achse. Der entsprechende Flächeninhalt ist also größer als 1 und daher kann G_2 nicht der Graph einer Dichtefunktion sein.

e Vierfeldertafel:

Mit den bereits gegebenen Bezeichnungen

V: „Die Fahrt ist verspätet.“ und

M: „Die Fahrt findet an einem Markttag statt.“

erhält man folgende Vierfeldertafel:

	V	\bar{V}	
M	0,05 ^②	0,15	0,2 ^①
\bar{M}	0,04	0,76	0,8
	0,09 ^①	0,91	1

① Diese beiden Einträge ergeben sich unmittelbar aus dem Text.

② „Ein Viertel der Fahrten an Markttagen ist verspätet“ gibt die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_M(V) = \frac{1}{4}$ an. Damit lässt sich $P(M \cap V)$ berechnen, denn:

$$\text{Aus } P_M(V) = \frac{P(M \cap V)}{P(M)} \text{ folgt:}$$

$$P(M \cap V) = P_M(V) \cdot P(M) = \frac{1}{4} \cdot 0,2 = 0,05$$

Alle anderen Angaben ergeben sich durch einfache Differenzbildung (0,04 = 0,09 – 0,05 usw.)

f Wahrscheinlichkeit für Tag ohne Markt:

Es werden nur die Fahrten ohne Verspätung betrachtet. Gesucht ist also die bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_{\bar{V}}(\bar{M}) = \frac{P(\bar{V} \cap \bar{M})}{P(\bar{V})} = \frac{0,76}{0,91} \approx 0,835$$

(Die Werte entnimmt man der Vierfeldertafel.)

Wenn vorausgesetzt wird, dass es sich um eine Fahrt ohne Verspätung handelt, findet diese mit einer Wahrscheinlichkeit von **ca. 84 %** an einem Tag ohne Markt statt.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK