

2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50
Jahre
STARK

STARK
Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Fachober

Hessen

Mathematik

✓ Original-Prüfungsaufgaben
mit Lösungen

✓ Übungsaufgaben im Stil der
Prüfung



Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zur zentralen Abschlussprüfung

1	Ablauf der schriftlichen Abschlussprüfung	I
2	Die Inhalte der Prüfung	II
3	Operatoren in zentralen Prüfungsaufgaben Mathematik	V
4	Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung ...	IX
5	Weiterführende Informationen	X

Übungsaufgaben im Stil der Abschlussprüfung

Teil I: Hilfsmittelfreier Teil	1
Teil II: Analysis/Vorschlag A	7
Teil II: Analysis/Vorschlag B	16
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Integralrechnung	23
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Lineare Algebra und analytische Geometrie	29
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Stochastik	33
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Wachstum und Zerfall	39

Abschlussprüfung 2023

Teil I: Hilfsmittelfreier Teil	2023-1
Teil II: Analysis/Vorschlag A	2023-8
Teil II: Analysis/Vorschlag B	2023-24
Teil II: Analysis/Vorschlag C*	2023-38

*Coronabedingt gab es in der Abschlussprüfung 2023 eine zusätzliche Aufgabe aus der Analysis, da Integralrechnung, Lineare Algebra und analytische Geometrie und Stochastik als prüfungsrelevante Themen gestrichen wurden.

Abschlussprüfung 2024

Teil I: Hilfsmittelfreier Teil	2024-1
Teil II: Analysis/Vorschlag A	2024-6
Teil II: Analysis/Vorschlag B	2024-16
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Integralrechnung	2024-26
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Lineare Algebra und analytische Geometrie	2024-31
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Stochastik	2024-37

Abschlussprüfung 2025

Teil I: Hilfsmittelfreier Teil	2025-1
Teil II: Analysis/Vorschlag A	2025-6
Teil II: Analysis/Vorschlag B	2025-14
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Integralrechnung	2025-24
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Lineare Algebra und analytische Geometrie	2025-30
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Stochastik	2025-37
Teil III: Schwerpunktbezogenes Themenfeld – Wachstum und Zerfall	2025-43

Abschlussprüfung 2026 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

mit diesem Buch geben wir Ihnen eine optimale Hilfestellung zur Vorbereitung auf die **Abschlussprüfung 2027** an der **Fachoberschule** in **Hessen** im Fach **Mathematik**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zur Abschlussprüfung**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette, kommentierte Aufstellung der Operatoren für die Abschlussprüfung, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben. Sie finden dort darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf die Abschlussprüfung als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Der Band enthält **Übungsaufgaben** zu den **Themen der zentralen Abschlussprüfung 2027**. Die Aufgaben sind dabei auf den Stil der Prüfungsaufgaben abgestimmt, d. h., in der Abschlussprüfung werden auf Sie in Umfang, Form und Schwierigkeitsgrad vergleichbare Fragestellungen zukommen.
- Zusätzlich finden Sie in diesem Band die **Original-Abschlussprüfungen 2023 bis 2026**. Damit können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Zu sämtlichen Aufgaben im Buch wurden von uns **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem erhalten Sie zusätzliches Übungsmaterial **online bei MySTARK**:
 - **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil
 - **Jahrgang 2026**, sobald dieser zum Download bereit steht
 - **Jahrgänge 2018 bis 2020**



Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Vorbereitung und bei Ihrer Abschlussprüfung!

Cristina Alberti

Hinweise und Tipps zur zentralen Abschlussprüfung

1 Ablauf der schriftlichen Abschlussprüfung

1.1 Die zentrale schriftliche Prüfung

Seit dem Schuljahr 2016/2017 gibt es im Land Hessen in der Fachoberschule zentrale schriftliche Abschlussprüfungen. Zentral geprüft werden die Fächer Deutsch, Mathematik und Englisch sowie die fachrichtungs- und schwerpunktbezogenen Fächer.

1.2 Aufbau und Dauer der Prüfung

Die Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus drei Teilen:

Teil I der Prüfung ist der **hilfsmittelfreie Teil**. Hier werden verschiedene Aufgaben aus der Analysis (Themenfelder „Ganzrationale Funktionen“ und „Differentialrechnung“) behandelt, die ohne Taschenrechner und Formelsammlung bearbeitet werden müssen. Hier können **20 Bewertungseinheiten** erreicht werden.

Teil II der Prüfung umfasst **zwei Vorschläge** aus der **Analysis** (Themenfelder „Ganzrationale Funktionen“ und „Differentialrechnung“): Vorschlag A und Vorschlag B. Den Schülerinnen und Schülern werden beide Vorschläge ausgehändigt, von denen sie sich für einen der beiden Vorschläge entscheiden müssen. Der nicht gewählte Aufgabenvorschlag wird an die Aufsicht führende Lehrkraft zurückgegeben. Hierfür gibt es maximal **50 Bewertungseinheiten**.

Teil III enthält je eine Aufgabe aus den schwerpunktbezogenen Themenfeldern „Integralrechnung“, „Lineare Algebra und analytische Geometrie“, „Stochastik“ und „Wachstum und Zerfall“. Es muss nur die Aufgabe aus dem Themenfeld gelöst werden, für das sich die Schule vor Schuljahresbeginn entschieden hat. Hier können **30 Bewertungseinheiten** erreicht werden.

Für **Teil I** haben die Schülerinnen und Schüler **30 Minuten** Zeit.

Für die **Auswahl** aus den beiden Vorschlägen aus **Teil II** erhalten die Schülerinnen und Schüler **30 Minuten**.

Zur Bearbeitung der ausgewählten Aufgabe aus **Teil II** und der Aufgabe aus **Teil III** haben die Schülerinnen und Schüler insgesamt **150 Minuten** zur Verfügung.

1.3 Zugelassene Hilfsmittel

Die folgenden Hilfsmittel sind zur Prüfung zugelassen:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Fremdwörterbuch
- Liste der fachspezifischen Operatoren für die Fachoberschule
- übliche Schreib- und Zeichenmaterialien
- wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR):

Der WTR benötigt erweiterte Funktionalitäten zur numerischen Bestimmung der numerischen Lösungen von Polynomgleichungen mindestens bis dritten Grades, von Ableitungen an einer Stelle, von bestimmten Integralen, von Gleichungen von Regressionsfunktionen (linear, quadratisch, exponentiell), von Mittelwert und Standardabweichung bei statistischen Verteilungen und von Werten der Binomialverteilungen.

- handelsübliche Formelsammlung eines Schulbuchverlages (ohne Beispielaufgaben)

2 Die Inhalte der Prüfung

Die Grundlage der Prüfung bildet der aktuelle Lehrplan. Die Schwerpunkte sind im Folgenden aufgeführt.

Ganzrationale Funktionen

- Eigenschaften ganzrationaler Funktionen, auch mit Parametern
- Grad, Formfaktor, Symmetrie (Achsensymmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Ursprung)
- Verhalten für Betrag x gegen unendlich
- Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen
- Nullstellenberechnung mittels Ausklammern (Satz vom Nullprodukt), Substitution und p-q-Formel, auch mit Einsatz digitaler Werkzeuge
- Vielfachheit von Nullstellen
- Darstellungsformen (besonders auch der Wechsel der Darstellungsformen mit digitalen Hilfsmitteln)
- Polynomform, Linearfaktordarstellung
- qualitative Darstellung des Graphen
- Schnittpunkte zweier ganzrationaler Funktionen

Aufgaben

BE

- 2** Gegeben ist eine allgemeine ganzrationale Funktion dritten Grades $f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$, die durch die Punkte $(0 | 520)$, $(1 | 324)$, $(2 | 182)$ und $(3 | 88)$ verläuft.
- 2.1.1** Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mithilfe der gegebenen Punkte auf. Bestimmen Sie daraus den Funktionsterm $f(t)$.
(zur Kontrolle: $f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520$) 9
- 2.1.2** Untersuchen Sie die Funktion f auf ihr Globalverhalten. 5
- 2.1.3** Begründen Sie, dass die Funktion f weder achsensymmetrisch zur y -Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung ist. 3
- 2.2** Ein Einkaufszentrum ist von 8:00 Uhr bis 20:00 Uhr geöffnet. Die momentane Anzahl der Besucherinnen und Besucher wird näherungsweise durch die Funktion f angegeben:
 $f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520$; $8 \leq t \leq 20$
 t beschreibt dabei die Zeit in Stunden. (8:00 Uhr entspricht $t = 8$.)
- 2.2.1** Berechnen Sie, wie viele Besucherinnen und Besucher direkt zur Öffnung des Einkaufszentrums erscheinen und wie viele sich zwei Stunden später im Einkaufszentrum aufhalten. 5
- 2.2.2** Berechnen Sie, um welche Uhrzeit sich die meisten Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum befinden und wie viele es sind. 9
- 2.2.3** Geben Sie an, in welchem Bereich die Funktion f im Intervall $8 \leq t \leq 20$ streng monoton steigend oder fallend ist.
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. 6
- 2.2.4** Weisen Sie nach, dass der Anstieg der Besucherzahl um 10:00 Uhr am größten ist. 8
- 2.2.5** Wenn sich mindestens 270 Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum befinden, werden bei einer Promotion-Aktion Werbegeschenke verteilt.
Berechnen Sie, in welchem Zeitraum die Promotion-Aktion stattfindet. 10
- 55

Teilaufgabe 2.1.1

Dies ist eine Steckbrief-/Rekonstruktionsaufgabe. Setzen Sie die Koordinaten der Punkte in die allgemeine Funktionsgleichung ein.

Wegen des Operators „bestimmen“ dürfen Sie zur Lösung des linearen Gleichungssystems den WTR benutzen.

Teilaufgabe 2.1.2

Anhand welcher Bestandteile des Funktionsterms kann man das Globalverhalten dieser Funktion herleiten?

Betrachten Sie das Glied des Funktionsterms mit dem höchsten Exponenten.

Teilaufgabe 2.1.3

Was sind die Voraussetzungen für Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung?

Der Graph einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn alle Exponenten der Funktion gerade sind. Punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sind Graphen, wenn alle Exponenten der Funktion ungerade sind und das Absolutglied null ist.

Alternativ: Berechnen Sie $f(-t)$ und untersuchen Sie, ob $f(-t) = f(t)$ oder $f(-t) = -f(t)$ erfüllt ist.

Teilaufgabe 2.2.1

Sie benötigen die Funktionswerte für $t = 8$ und $t = 10$.

Teilaufgabe 2.2.2

Die meisten Besucherinnen und Besucher bedeutet, dass Sie einen Extrempunkt (in diesem Fall einen Hochpunkt) suchen.

Welche Voraussetzungen müssen für das Vorhandensein eines Extrempunktes gegeben sein? Was ist die notwendige, was die hinreichende Bedingung?

Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(t) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(t) \neq 0$ und $f''(t) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(t) < 0$ für einen Hochpunkt.

Die y-Koordinate des Extrempunktes erhalten Sie, indem Sie die Extremstelle in die Funktion f einsetzen.

- 2.1.1** Die allgemeine Funktionsgleichung für eine ganzrationale Funktion 3. Grades lautet:

$$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$$

Bei einer Funktion 3. Grades werden vier Wertepaare benötigt, um das entstehende lineare Gleichungssystem mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen zu können. Diese Wertepaare werden der Aufgabenstellung entnommen:

$$f(0) = 520, f(1) = 324, f(2) = 182 \text{ und } f(3) = 88$$

Einsetzen in die Funktionsgleichung liefert:

$$f(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 520 \Rightarrow d = 520$$

$$f(1) = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 324$$

$$f(2) = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 182$$

$$f(3) = a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 88$$

Man erhält das lineare Gleichungssystem:

$$\text{I} \quad d = 520$$

$$\text{II} \quad a + b + c + 520 = 324$$

$$\text{III} \quad 8a + 4b + 2c + 520 = 182$$

$$\text{IV} \quad 27a + 9b + 3c + 520 = 88$$

Vereinfachen der Gleichungen führt zu:

$$\text{I} \quad d = 520$$

$$\text{II} \quad a + b + c = -196$$

$$\text{III} \quad 8a + 4b + 2c = -338$$

$$\text{IV} \quad 27a + 9b + 3c = -432$$

TIPP Das lineare Gleichungssystem kann aufgrund des Operators „bestimmen“ mit dem WTR gelöst werden.

Man erhält:

$$a = -1; b = 30; c = -225$$

Daraus ergibt sich der Funktionsterm:

$$f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520$$

- 2.1.2** Das Globalverhalten (Verhalten im Unendlichen) einer ganzrationalen Funktion lässt sich anhand des Gliedes mit der höchsten Potenz und dem dazu gehörigen Koeffizienten bestimmen.

Hier ist dies $-t^3$. Es liegen also ein ungerader Exponent (3) und ein negativer Koeffizient (-1) vor.

Daraus folgt ein Verlauf des Graphen vom II. in den IV. Quadranten:

$$\text{für } x \rightarrow \infty \text{ gilt } f(x) \rightarrow -\infty$$

$$\text{für } x \rightarrow -\infty \text{ gilt } f(x) \rightarrow \infty$$

2.1.3 Lösungsweg 1:

In der vorliegenden Funktion existieren sowohl gerade als auch ungerade Exponenten. Somit ist der Graph der Funktion f weder achsensymmetrisch zur y -Achse noch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

Lösungsweg 2:

$$f(-t) = -(-t)^3 + 30(-t)^2 - 225 \cdot (-t) + 520 = t^3 + 30t^2 + 225t + 520$$

Da weder $f(-t) = f(t)$ noch $f(-t) = -f(t)$ gilt, ist die Funktion $f(x)$ weder achsensymmetrisch zur y -Achse noch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

- 2.2.1** Das Einkaufszentrum öffnet um 8:00 Uhr. Zwei Stunden später ist es 10:00 Uhr. Es müssen also die Funktionswerte an den Stellen $t=8$ und $t=10$ berechnet werden:

$$f(8) = -8^3 + 30 \cdot 8^2 - 225 \cdot 8 + 520 = 128$$

$$f(10) = -10^3 + 30 \cdot 10^2 - 225 \cdot 10 + 520 = 270$$

Um 8:00 Uhr erscheinen 128 Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum. Zwei Stunden später befinden sich dort 270 Besucherinnen und Besucher.

- 2.2.2** Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(t)=0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(t) \neq 0$ und $f''(t) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(t) < 0$ für einen Hochpunkt.

Zuerst werden die ersten beiden Ableitungen mithilfe der Potenzregel für Ableitungen ganzzahliger Funktionen gebildet:

$$f'(t) = -3t^2 + 60t - 225$$

$$f''(t) = -6t + 60$$

Es muss $f'(t)=0$ gelten.

TIPP Der Operator ist „berechnen“. Die Gleichung muss „per Hand“ gelöst werden.

Mithilfe der pq-Formel gilt:

$$-3t^2 + 60t - 225 = 0$$

| : (-3)

$$t^2 - 20t + 75 = 0$$

| pq-Formel

$$t_{1/2} = 10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 75}$$

$$t_{1/2} = 10 \pm \sqrt{25}$$

$$t_{1/2} = 10 \pm 5$$

$$t_1 = 15$$

$$t_2 = 5$$

Da $t_2=5$ außerhalb des Definitionsbereichs liegt, wird nur die Extremstelle $t_1=15$ genauer betrachtet:

$$f''(15) = -6 \cdot 15 + 60 = -30 < 0 \Rightarrow \text{Hochpunkt}$$

Teil I: Hilfsmittelfreier Teil**Aufgaben**

BE

- 1.1** Berechnen Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\text{I} \quad 2a + b - 3c = 2$$

$$\text{II} \quad -4a + 3b + 3c = 4$$

$$\text{III} \quad a - b = -1$$

6

- 1.2** Gegeben ist folgende quadratische Funktionsgleichung: $q(x) = -x^2 + 5$
Der zugehörige Graph ist in Material 1, Abbildung 1.1 gezeichnet.

- 1.2.1** Weisen Sie rechnerisch nach, dass es sich bei der linearen Funktion $t(x) = -2x + 6$ um die Gleichung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen q handelt.

5

- 1.2.2** Zeichnen Sie den Graphen der Tangente t aus Aufgabe 1.2.1 in Material 1, Abbildung 1.1.

2

- 1.3** Gegeben sind folgende ganzrationale Funktionsgleichungen:

$$f(x) = x^4 - x^2$$

$$g(x) = -x^4 + x^2$$

$$h(x) = -x^4 + x$$

$$i(x) = -x^5 + x^3$$

$$j(x) = -x^5 + x^2$$

$$k(x) = x^5 - x^2$$

In Material 1, Abbildung 1.2 ist ein ganzrationaler Funktionsgraph abgebildet. Der Graph stellt eine der gegebenen ganzrationalen Funktionsgleichungen dar. Ordnen Sie dem Graphen die dazugehörige Funktionsgleichung zu und erklären Sie mit drei Argumenten Ihre Zuordnung.

 $\frac{7}{20}$

Teilaufgabe 1.1

Benutzen Sie zum Lösen des Linearen Gleichungssystems Schritt für Schritt das Additionsverfahren.

Teilaufgabe 1.2.1

Die Funktionsgleichung einer Tangente ist eine Geradengleichung, die gekennzeichnet ist durch die Steigung und den y-Achsenabschnitt.

Wie können Sie rechnerisch nachweisen, dass die Steigung und der y-Achsenabschnitt der gegebenen linearen Funktion mit der Tangente an der Stelle $x = 1$ übereinstimmen?

Überprüfen Sie, ob die Steigung der linearen Funktion an der Stelle $x = 1$ mit der Steigung der Parabel übereinstimmt.

Berechnen Sie die zu $x = 1$ gehörige y-Koordinate der quadratischen Funktion.

Setzen Sie x und y in die Funktionsgleichung der linearen Funktion ein und prüfen Sie, ob eine wahre Aussage entsteht.

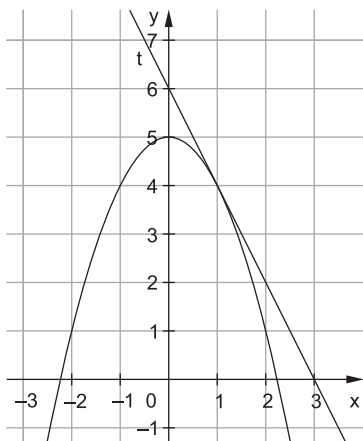
Teilaufgabe 1.2.2

Zeichnen Sie den Graphen der Tangenten $t(x)$ mithilfe des y-Achsenabschnitts, des Berührungspunktes und des Steigungsdreiecks.

Teilaufgabe 1.3

Treffen Sie Ihre Entscheidung mithilfe von Globalverhalten (höchster Grad und Vorzeichen des Leitkoeffizienten), Symmetrieverhalten und Nullstellen.

1.2.2



1.3 Der Graph gehört zu $j(x)$.

Globalverhalten:

Es handelt sich um eine ganzrationale Funktion ungeraden Grades, da der Graph von links oben nach rechts unten verläuft. Aufgrund dieses Verlaufes muss der Leitkoeffizient negativ sein.

Symmetrieverhalten:

Der Graph verläuft weder punktsymmetrisch zum Ursprung noch achsensymmetrisch zur y-Achse, was dazu führt, dass die Exponenten der Variable x gerade und ungerade sein müssen.

Nullstellen:

Der Graph berührt den Ursprung und hat somit eine doppelte Nullstelle an der Stelle $x=0$.

TIPP In der Funktionsgleichung von $j(x)$ wird x^2 ausgeklammert. Daraus folgt eine doppelte Nullstelle bei $x=0$ und eine einfache Nullstelle bei $x=1$.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK