

2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50
Jahre
STARK

STARK
Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

G9 Abitur

NRW

Mathematik GK

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben
mit Lösungen
- ✓ Übungsaufgaben für CAS/MMS
und den neuen WTR
- ✓ Interaktives Training



Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zum Abitur 2027

1	Ablauf der Prüfung	I
2	Inhaltliche Schwerpunkte und Fokussierungen	II
3	Leistungsanforderung und Bewertung	IV
4	Operatoren und Anwendungsbereiche	V
5	Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	VI
6	Hinweise zum Lösen mit dem CAS/MMS	XI

Übungsaufgaben im Stil der Abiturprüfung

Prüfungsteil A – Aufgaben ohne Hilfsmittel

Übungsaufgabe	1
---------------------	---

Prüfungsteil B – Analysis

Übungsaufgabe 1 (WTR): $f(x) = (x-1)^2 \cdot (x-4)^2$; $a(t) = 2\,000 \cdot e^{-0,099t}$	15
Übungsaufgabe 2 (WTR): $f(x) = (x+1) \cdot e^{1-x}$	22
Übungsaufgabe 3 (WTR): $f_k(t) = 20k \cdot t \cdot e^{-k \cdot t^2}$	29

Prüfungsteil B – Vektorielle Geometrie

Übungsaufgabe 1 (WTR)	34
Übungsaufgabe 2 (WTR)	40

Prüfungsteil B – Stochastik

Übungsaufgabe 1 (WTR)	45
Übungsaufgabe 2 (WTR)	50

Abiturprüfung 2023

Prüfungsteil A – Aufgabe A3: Aufgaben ohne Hilfsmittel	2023-1
Prüfungsteil B – Analysis B1 (CAS): $p: x \mapsto -x^2 - x + 1$, $q: x \mapsto e^{-x}$, $h: x \mapsto (x^2 - x - 1) \cdot e^{-x}$, $w: x \mapsto 4 \cdot (x^2 - x - 1) \cdot e^{-x} + 4$	2023-8
Prüfungsteil B – Analysis B2 (CAS): $f(x) = \frac{1}{27}x^3 - \frac{4}{3}x$ $g(x) = -\frac{1}{27}x \cdot (x - 6) \cdot (x - 12) + 14$	2023-16
Prüfungsteil B – Vektorielle Geometrie B3 (CAS)	2023-25
Prüfungsteil B – Stochastik B4 (CAS)	2023-33
Prüfungsteil B – Analysis B5 (CAS): $r(x) = \frac{253}{100} \cdot e^{\frac{1}{11} \cdot (32 - x)} - \frac{253}{100}$ $s(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^6 \cdot (x^4 + 2\,560x^2) + \frac{125}{256}$	2023-38

Abiturprüfung 2024

Prüfungsteil A – Aufgaben ohne Hilfsmittel	2024-1
Prüfungsteil B – Analysis B1 (CAS): $f: t \mapsto 25 - 20e^{-0,014 \cdot t}$, $h(x) = (1 - x^2) \cdot e^x$	2024-12
Prüfungsteil B – Analysis B2 (CAS): $f(x) = \frac{3}{1\,000}x^4 - \frac{8}{100}x^3 + \frac{6}{10}x^2$ $h(x) = \frac{1}{576}x^4 - \frac{1}{18}x^3 + \frac{1}{2}x^2$	2024-20
Prüfungsteil B – Vektorielle Geometrie B3 (CAS)	2024-28
Prüfungsteil B – Stochastik B4 (CAS)	2024-34

Abiturprüfung 2025

Prüfungsteil A – Aufgaben ohne Hilfsmittel	2025-1
Prüfungsteil B – Analysis B1 (CAS): $f(x) = \frac{1}{100} \cdot (x - 6) \cdot e^{-0,17x + 6}$	2025-12
Prüfungsteil B – Analysis B2 (CAS): $v(x) = -\frac{3}{2}x^4 + \frac{50}{3}x^3 + 190$, $r(x) = 10 \cdot x^2 \cdot (5 - x)$	2025-18
Prüfungsteil B – Vektorielle Geometrie B3 (CAS)	2025-23
Prüfungsteil B – Stochastik B4 (CAS)	2025-27

Abiturprüfung 2026 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Sie haben Mathematik in Nordrhein-Westfalen als Grundkurs belegt und planen, in diesem Fach Ihr Abitur abzulegen. Mit diesem Buch helfen wir Ihnen, sich effektiv auf das **G9-Abitur 2027** vorzubereiten:

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches viele Informationen zur **gezielten Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2027**. Dazu gehören u. a. eine Aufstellung der relevanten inhaltlichen Schwerpunkte, Hinweise zum Ablauf der Prüfung sowie zahlreiche praktische Hinweise, die Ihnen dabei helfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Das Buch enthält **Übungsaufgaben** im Stil der schriftlichen Abiturprüfung, die für den Einsatz des **WTR** geeignet sind.
- Zusätzlich enthält das Buch die vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen gestellten **Original-Abituraufgaben 2023 bis 2025** für den **CAS/MMS** und auf MySTARK den Jahrgang **2026**.
- Zu allen Aufgaben wurden von unseren Autoren **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Hinweise und Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem erhalten Sie zusätzliches Übungsmaterial **online bei MySTARK**:
 - **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A
 - **Lernvideos** zum Einsatz Ihres CAS
 - **Lernvideos** zu Aufgaben aus Prüfungsteil A
 - **Jahrgang 2026**, sobald dieser zum Download bereit steht
 - **Original-Prüfungsaufgaben** der Jahre **2021 und 2022** mit Lösungen
 - **Original-Prüfungsaufgaben** des Jahres **2023** mit Lösungen, die nicht im Buch abgedruckt sind



Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2027 vom Schulministerium bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MySTARK.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Abiturprüfung!

Ihr STARK Verlag

Hinweise und Tipps zum Abitur 2027

1 Ablauf der Prüfung

1.1 Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

In Nordrhein-Westfalen gibt es im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen. Grundlage für die zentral gestellten Aufgaben der schriftlichen Abiturprüfung sind die verbindlichen Vorgaben der Kernlehrpläne für die gymnasiale Oberstufe.

Die schriftliche Abiturprüfung in Mathematik besteht aus einem **Prüfungsteil A**, der **hilfsmittelfrei** zu bearbeitende Aufgaben umfasst, und einem **Prüfungsteil B**, der komplexere Aufgaben **mit Hilfsmitteln** enthält.

1.2 Aufbau der Prüfungsaufgaben

Die schriftliche Abiturprüfung für den Grundkurs gliedert sich in zwei Prüfungsteile:

- Für den **Prüfungsteil A** erhält die Schule einen Satz **hilfsmittelfrei** zu bearbeitender Aufgaben, die grundlegende mathematische Kompetenzen abfragen. Er besteht aus einem Pflicht- und einem Wahlpflichtteil.

Der **Pflichtteil** enthält drei Aufgaben: je eine Aufgabe aus der Analysis, der Vektoriellen Geometrie und der Stochastik. Alle **drei Aufgaben müssen bearbeitet** werden.

Der **Wahlpflichtteil** enthält sechs Aufgaben: zwei aus der Analysis, zwei aus der Vektoriellen Geometrie und zwei aus der Stochastik. Die Schülerinnen und Schüler wählen ohne Einschränkungen aus diesen sechs Aufgaben **zwei beliebige Aufgaben** aus, die sie lösen.

Insgesamt werden also im Prüfungsteil A **fünf Aufgaben** bearbeitet.

Beim Lösen der Aufgaben darf **kein Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwendet werden.

Zugelassenes **Hilfsmittel** für den Prüfungsteil A:

- Deutsches Wörterbuch

- Für den **Prüfungsteil B** erhält die Schule zwei Aufgabensätze: einen WTR-Aufgabensatz und einen CAS/MMS-Aufgabensatz

Jeder Aufgabensatz beinhaltet zwei Analysisaufgaben, eine Aufgabe zur Vektoriellen Geometrie und eine Stochastikaufgabe.

Die **Fachlehrkraft** wählt eine der beiden Analysisaufgaben aus. Die Aufgabe zur Vektoriellen Geometrie und die Aufgabe zur Stochastik sind verbindlich festgelegt. Insgesamt gibt es also eine **Analysisaufgabe**, eine Aufgabe zur **Vektoriellen Geometrie** und eine Aufgabe zur **Stochastik**.

Zugelassene **Hilfsmittel** für den Prüfungsteil B:

- WTR (einfacher wissenschaftlicher Taschenrechner) **oder** CAS/MMS (Computer-Algebra-System/modulares Mathematiksystem)
- Mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

1.3 Dauer der Prüfung

Für die Bearbeitung stehen den Schülerinnen und Schülern im Grundkurs insgesamt **255 Minuten** zur Verfügung. Dabei beträgt die Arbeitszeit einschließlich Auswahlzeit für den Prüfungsteil A, der zu Beginn der Prüfung bearbeitet wird, maximal 100 Minuten. Sobald die Schülerinnen und Schüler mit dem Prüfungsteil A fertig sind, können sie ihre Ausarbeitungen bei der Aufsicht führenden Lehrkraft abgeben. Sie erhalten dann die Aufgaben des Prüfungsteils B, einschließlich der zugelassenen Hilfsmittel.

Sollte der Prüfungsteil A schneller bearbeitet werden können, darf auch schon früher mit dem Prüfungsteil B begonnen werden. Dann steht für diesen entsprechend mehr Zeit zur Verfügung.

2 Inhaltliche Schwerpunkte und Fokussierungen

Die inhaltlichen **Schwerpunkte und Fokussierungen** für den **Leistungskurs** Mathematik in der **Abiturprüfung 2027** sind folgende:

2.1 Funktionen und Analysis

Funktionen

- ganzrationale Funktionen
- Exponentialfunktionen

Eigenschaften von Funktionen

- Verlauf des Graphen
- Definitions- und Wertebereich
- Nullstellen
- Symmetrie
- Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

(für ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und Transformationen dieser Funktionen)

Fortführung der Differentialrechnung

- Produktregel
- Extremwertprobleme
- Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)
- Untersuchung von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen
- Hilfsmittelfrei: Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der Sinus- und Kosinusfunktion sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$, Produktregel
- Ableitungsregeln: Produktregel, Kettenregel bei Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen

Integralrechnung

- Produktsumme
- orientierte Fläche
- Bestandsfunktion
- Integralfunktion
- Stammfunktion
- bestimmtes Integral
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

2.2 Analytische Geometrie und Lineare Algebra**Vektoroperation**

- Skalarprodukt

Ebenen

- Parameterform
- Koordinatenform
- Normalenvektor

Schnittwinkel

- Geraden
- Geraden und Ebenen
- Ebenen

Schnittpunkte

- Schnittpunkte von Geraden
- Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen
- Lagebeziehungen von Geraden

Lagebeziehungen und Abstände

- Punkte
- Geraden
- Ebenen
- alle Kombinationen aus Punkten, Geraden und Ebenen

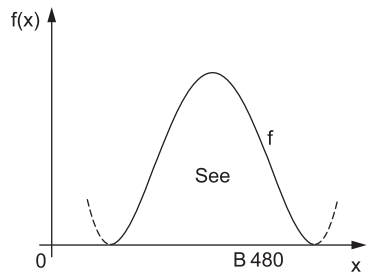
Lineare Gleichungssysteme

Übungsaufgabe 1 (WTR)

Eingeschlossen von der Bundesstraße B 480, die in einem geeigneten Koordinatensystem entlang der x-Achse verläuft, und dem Graphen der Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = x^4 - 10x^3 + 33x^2 - 40x + 16 \\ = (x-1)^2 \cdot (x-4)^2, \quad x \in \mathbb{R}$$

befindet sich ein See. Der Sachverhalt ist in der Abbildung skizziert.



Abbildung

- a)** (1) Berechnen Sie die Größe des Sees unter der Annahme, dass 1 Längeneinheit 50 m entspricht.
- (2) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Ableitung f' die Gleichung $f'(x) = 4 \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (x-2,5)$ besitzt.
- (3) Es wird vermutet, dass im Punkt A des Sees, der am weitesten von der Bundesstraße entfernt ist, eine Verschmutzung stattgefunden hat. Bestimmen Sie die Koordinaten von A und weisen Sie dies mit der hinreichenden Bedingung nach.
- b)** An der Stelle des Sees, an dem die Verschmutzung vermutet wird, werden Wasserproben entnommen und die Anzahl der Kleinlebewesen in den Proben wird ermittelt. Die Ergebnisse der Proben sind in der Tabelle dargestellt:

Zeit in Tagen nach Beobachtungsbeginn	0	1	4	10	21
Anzahl der Kleinlebewesen	2 000	1 810	1 350	740	250

Tabelle

- (1) Begründen Sie, warum im angegebenen Zeitraum von einer exponentiellen Abnahme ausgegangen werden kann.

Teilaufgabe a

- (1) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph der Funktion f mit der x -Achse einschließt, mit einem bestimmten Integral.
Ermitteln Sie mithilfe des Funktionsterms von f die Nullstellen, um die Integrationsgrenzen zu bestimmen.
Beachten Sie bei der Berechnung der Größe des Sees, dass 1 Flächeneinheit $50 \cdot 50 = 2\,500 \text{ [m}^2\text{]}$ entspricht.
- (2) Verwenden Sie die Kettenregel und formen Sie den Term so um, dass er mit f' aus der Aufgabenstellung übereinstimmt.
- (3) Überlegen Sie, welche Bedeutung die Eigenschaft „am weitesten von der Bundesstraße entfernt“ für den Graphen der Funktion hat.
Die notwendige Bedingung für eine Maximalstelle ist: $f'(x) = 0$
Die hinreichende Bedingung für eine Maximalstelle ist:
 $f'(x) = 0$ und $f''(x) < 0$
Vergessen Sie nicht, die Koordinaten des Punktes anzugeben.

Teilaufgabe b

- (1) Von einer exponentiellen Abnahme kann dann ausgegangen werden, wenn der Abnahmefaktor je Zeiteinheit annähernd gleich ist.
Berechnen Sie den Abnahmefaktor durch Aufstellen geeigneter Gleichungen.
- (2) Stellen Sie mithilfe der vorgegebenen Wertepaare ein Gleichungssystem auf und lösen Sie dieses.
- (3) Berechnen Sie 30 % des Anfangsbestandes.
Setzen Sie das Ergebnis mit dem Funktionsterm gleich und lösen Sie die Gleichung.

Teilaufgabe c

- (1) Offenbar verringert sich anfangs die Anzahl der Kleinlebewesen trotz des Einsatzes der Filter.
Überlegen Sie, welche Bedeutung die Eigenschaft „wirkt sich positiv aus“ für den Verlauf des Graphen der Funktion hat.
Die notwendige Bedingung für eine Minimalstelle ist: $g'(t) = 0$
Die hinreichende Bedingung für eine Minimalstelle ist:
 $g'(t) = 0$ und $g''(t) > 0$
Achten Sie auf den Definitionsbereich der Funktion.
Vergessen Sie nicht, den Funktionswert zu diesem Zeitpunkt zu berechnen.
- (2) Überlegen Sie, welche Anzahl der Kleinlebewesen den Grund- und welche den Prozentwert darstellt, und berechnen Sie den Prozentsatz.

Lösungsvorschlag – Übungsaufgabe 1

- a) (1) Zur Berechnung des Flächeninhaltes des Sees werden die gemeinsamen Punkte des Graphen der Funktion f , durch den der See begrenzt wird, mit der Bundesstraße B480 ermittelt. Dies sind die Schnitt- bzw. Berührungspunkte des Graphen mit der x -Achse, also die Nullstellen der Funktion f .

Anhand des Funktionsterms lässt sich ablesen, dass die Funktion f die doppelten Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 4$ hat.

Die Größe des Sees entspricht im Modell dem Inhalt der Fläche, die der Graph der Funktion f mit der x -Achse einschließt. Dieser Flächeninhalt ist gleich dem Wert des Integrals der Funktion f im Bereich $[1; 4]$:

$$\begin{aligned}\int_1^4 f(x) \, dx &= \int_1^4 (x^4 - 10x^3 + 33x^2 - 40x + 16) \, dx \\&= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{5}{2}x^4 + 11x^3 - 20x^2 + 16x \right]_1^4 \\&= \frac{1}{5} \cdot 4^5 - \frac{5}{2} \cdot 4^4 + 11 \cdot 4^3 - 20 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 - \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{2} + 11 - 20 + 16 \right) \\&= \frac{64}{5} - \frac{47}{10} = 8,1 \text{ [FE]}\end{aligned}$$

Da 1 Längeneinheit 50 m entspricht, ist 1 Flächeneinheit folgende Quadratmeterzahl:

$$50 \text{ m} \cdot 50 \text{ m} = 2\,500 \text{ m}^2$$

Die Fläche des Sees beträgt somit:

$$8,1 \cdot 2\,500 \text{ m}^2 = 20\,250 \text{ m}^2$$

TIPP Umgerechnet in Ar sind dies 202,5 a.

- (2) Die 1. Ableitung der Funktion f wird mit der Kettenregel bestimmt:

$$\begin{aligned}f'(x) &= 2 \cdot (x-1) \cdot (x-4)^2 + (x-1)^2 \cdot 2 \cdot (x-4) \\&= 2 \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (x-4+x-1) \\&= 2 \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (2x-5) \\&= 4 \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (x-2,5)\end{aligned}$$

Alternativ:

Die 1. Ableitung der Funktion f wird mit der Summen- und Potenzregel bestimmt:

$$f'(x) = 4x^3 - 30x^2 + 66x - 40$$

Ausmultiplizieren von $f'(x) = 4 \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (x-2,5)$ ergibt:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \cdot (x^2 - 4x - x + 4) \cdot (x - 2,5) \\ &= 4 \cdot (x^2 - 5x + 4) \cdot (x - 2,5) \\ &= 4 \cdot (x^3 - 2,5x^2 - 5x^2 + 12,5x + 4x - 10) \\ &= 4 \cdot (x^3 - 7,5x^2 + 16,5x - 10) \\ &= 4x^3 - 30x^2 + 66x - 40 \end{aligned}$$

- (3) Der Punkt, der am weitesten von der Bundesstraße B 480 entfernt ist, ist der lokale (relative) Hochpunkt des Graphen der Funktion f .

Notwendige Bedingung für eine Maximalstelle:

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow f'(x) = 4 \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (x-2,5) = 0 \\ &\Leftrightarrow x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 2,5 \text{ und } x_3 = 4 \end{aligned}$$

Die Stellen $x_1 = 1$ und $x_3 = 4$ kommen für ein Maximum nicht infrage, da sie die gemeinsamen Punkte des Graphen der Funktion f mit der x -Achse sind. Somit bleibt nur $x_2 = 2,5$ als Kandidat für eine Maximalstelle.

Für die 2. Ableitung der Funktion f gilt:

$$f''(x) = 4 \cdot 3x^2 - 30 \cdot 2x + 66 = 12x^2 - 60x + 66$$

Hinreichende Bedingung für eine Maximalstelle: $f'(x) = 0$ und $f''(x) < 0$

$$f''(2,5) = 12 \cdot 2,5^2 - 60 \cdot 2,5 + 66 = -9 < 0$$

Damit liegt an der Stelle $x = 2,5$ ein lokales Maximum vor.

Durch Berechnung des entsprechenden Funktionswertes ergibt sich:

$$f(2,5) = 2,5^4 - 10 \cdot 2,5^3 + 33 \cdot 2,5^2 - 40 \cdot 2,5 + 16 = \frac{81}{16} = 5,0625$$

Der Punkt $\left(\frac{5}{2} \mid \frac{81}{16}\right) = (2,5 \mid 5,0625)$ ist am weitesten von der Bundesstraße entfernt.

- b) (1) Ist B_0 der Anfangsbestand und q der Abnahmefaktor, so erhält man zu den angegebenen Zeiten bei einer exponentiellen Abnahme folgende allgemeine Werte:

Zeit in Tagen nach Beobachtungsbeginn	0	1	4	10	21
Anzahl der Kleinlebewesen	2 000	1 810	1 350	740	250
Werte bei exponentieller Abnahme	B_0	$B_0 \cdot q^1$	$B_0 \cdot q^4$	$B_0 \cdot q^{10}$	$B_0 \cdot q^{21}$

TIPP Von einer exponentiellen Abnahme kann dann ausgegangen werden, wenn der Abnahmefaktor je Zeiteinheit annähernd gleich ist.

Prüfungsteil A (Aufgaben ohne Hilfsmittel)

Punkte

Die folgenden **drei** Pflichtaufgaben müssen alle bearbeitet werden.

Pflichtaufgabe 1

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - 1$.

Die Abbildung zeigt den Graphen G von f . Die Tangente an G im Punkt $P(4|1)$ wird mit t bezeichnet.

- (1) Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung von t .
- (2) Es gibt genau eine weitere Tangente an G , die parallel zu t verläuft. Skizzieren Sie diese in Abbildung 1.

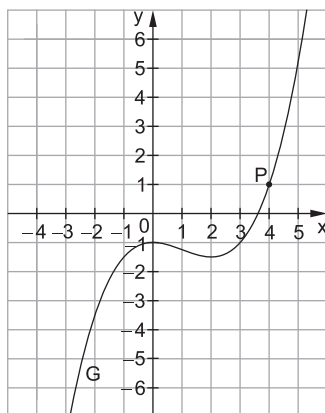


Abbildung 1

3

2

Pflichtaufgabe 2

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.

- (1) Zeigen Sie, dass der Punkt $P(4|3|3)$ nicht auf g liegt. Geben Sie die Koordinaten eines Punktes Q an, der auf g liegt und sich nur in einer Koordinate von P unterscheidet.
- (2) Die Gerade h verläuft parallel zur y -Achse und schneidet g im Punkt $(8|3|-3)$. Untersuchen Sie, ob g und h senkrecht zueinander verlaufen.

3

2

Pflichtaufgabe 3

Ein Glücksrad mit acht gleich großen Sektoren ist wie abgebildet beschriftet. Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

- (1) Interpretieren Sie den Term $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ im Sachzusammenhang.
- (2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen ungerade ist.

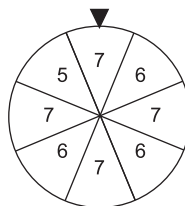


Abbildung 2

2

3

Pflichtaufgabe 1

- (1) Verwenden Sie die allgemeine Geradengleichung $y = m \cdot x + b$, um eine Gleichung von t zu bestimmen.
Die Steigung m der Tangente im Punkt $P(4 | 1)$ wird durch die Ableitung von f berechnet.
Den y -Achsenabschnitt b erhalten Sie durch Einsetzen von m und den Koordinaten von P .
- (2) Zeichnen Sie als Hilfe zuerst die Tangente t ein.
Überlegen Sie, welche Eigenschaften die weitere Tangente besitzen muss.

Pflichtaufgabe 2

- (1) Setzen Sie den Punkt P in die Geradengleichung ein.
Untersuchen Sie, ob das entstehende Gleichungssystem eine Lösung hat.
Ändern Sie eine Koordinate des Punktes P so um, dass das Gleichungssystem eine Lösung besitzt.
- (2) Wählen Sie einen passenden Richtungsvektor für die Gerade h .
Beachten Sie die Lage der Richtungsvektoren bei zueinander senkrechten Geraden.
Zwei Vektoren stehen genau dann senkrecht zueinander, wenn das Skalarprodukt gleich null ist.

Pflichtaufgabe 3

- (1) Beachten Sie, wie oft jede der abgebildeten Zahlen jeweils auf dem Glücksrad vorkommt.
- (2) Überlegen Sie, wie zwei Zahlen gewählt werden müssen, damit die Summe ungerade ist.
Die Summe zweier Zahlen ist nur dann ungerade, wenn eine Zahl gerade und die andere ungerade ist.

Wahlpflichtaufgabe 1

- (1) Ist H eine Stammfunktion von h , so ist auch jede Funktion der Form $H(x) + c$ mit $c \in \mathbb{R}$ eine Stammfunktion von h .
Bestimmen Sie c passend, indem Sie die Koordinaten des Punktes P in $H(x) + c$ einsetzen.
- (2) Untersuchen Sie den Graphen von f hinsichtlich einer Punkt- oder Achsensymmetrie.
Betrachten Sie die Vorzeichen der Integrale.

- (ii) Die Standardabweichung einer Binomialverteilung berechnet sich durch: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Erstellen Sie eine Gleichung, in der die Standardabweichungen der beiden Zufallsgrößen X und Y in Beziehung gesetzt werden.

Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeit p in beiden Fällen $p = \frac{2}{3}$ ist.

Lösungsvorschlag – Prüfungsteil A (Aufgaben ohne Hilfsmittel)

Pflichtaufgabe 1

- (1) Die allgemeine Gleichung der Tangente ist:

$$y = m \cdot x + b$$

Um die Steigung m im Punkt P(4 | 1) zu berechnen, muss die Steigung des Graphen an der Stelle $x = 4$ mithilfe der Ableitung bestimmt werden.

Die Ableitung von f lautet:

$$f'(x) = \frac{3}{8} \cdot x^2 - \frac{3}{4} \cdot x$$

Es gilt:

$$m = f'(4) = \frac{3}{8} \cdot 4^2 - \frac{3}{4} \cdot 4 = 6 - 3 = 3$$

Damit ist:

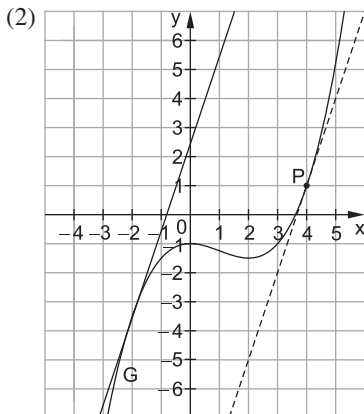
$$y = 3 \cdot x + b$$

Setzt man die Koordinaten des Punkts P(4 | 1) ein, so erhält man:

$$1 = 3 \cdot 4 + b \Leftrightarrow b = 1 - 12 = -11$$

Die Gleichung der Tangente lautet:

$$t: y = 3 \cdot x - 11$$



TIPP Es bietet sich an, zuerst die Tangente t durch den Punkt P einzuzichnen. Diese wird dann so weit verschoben, bis sie den Graphen G in einem anderen Punkt berührt.

Pflichtaufgabe 2

- (1) Setzt man den Punkt $P(4|3|3)$ in die Geradengleichung ein, so ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Man erhält folgendes Gleichungssystem:

$$\text{I} \quad 4 = 8 + (-4) \cdot s \Leftrightarrow s = 1$$

$$\text{II} \quad 3 = 3$$

$$\text{III} \quad 3 = -3 + 3s \Leftrightarrow s = 2$$

Das Gleichungssystem hat somit keine Lösung. P liegt nicht auf g .

Betrachtet man das obere Gleichungssystem, so muss eine Koordinate von P so geändert werden, dass es nur eine Lösung für s gibt. Das gilt z. B. für $z=0$ mit $Q(4|3|0)$ oder $x=0$ mit $Q(0|3|3)$.

- (2) Bei allen Vektoren, die parallel zur y -Achse verlaufen, gilt für die Koordinaten des Richtungsvektors immer $x=z=0$. Damit wäre $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ein möglicher Richtungsvektor für h .

TIPP Die Geraden g und h verlaufen senkrecht zueinander, wenn ihre Richtungsvektoren senkrecht zueinander sind. Dies ist der Fall, wenn ihr Skalarprodukt null ist.

Das Skalarprodukt der Richtungsvektoren ergibt:

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Die Vektoren verlaufen senkrecht zueinander.

Pflichtaufgabe 3

- (1) Die Zahl 6 kommt dreimal auf dem Glücksrad vor. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Drehen eine 6 zu erhalten, $p = \frac{3}{8}$.

Der Term $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass bei zweimaligem Drehen des Glücksrads zweimal die Zahl 6 erzielt wird.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK