

2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50
Jahre
STARK

STAR
Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Mittlerer Schulabschluss

Hauptschule • Gesamtschule • Sekundarstufe I • Sekundarstufe II

NRW

Mathematik 10. Klasse

- ✓ Ausführliche Lösungen
- ✓ Hilfreiche Hinweise und Tipps
- ✓ PDF zum Download

LÖSUNGEN

Inhalt

Training Grundwissen

1	Grundlagen des Rechnens	1
2	Rechnen mit Größen	12
3	Gleichungen	17
4	Funktionaler Zusammenhang	26
5	Prozent- und Zinsrechnen	54
6	Stochastik	64
7	Geometrie der Ebene	76
8	Körper	97

Original-Prüfungsaufgaben

Zentrale Prüfung 2022	2022-1
Zentrale Prüfung 2023	2023-1
Zentrale Prüfung 2024	2024-1
Zentrale Prüfung 2025	2025-1

Zentrale Prüfung 2026 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, kannst du die Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen. Den Zugangscode findest du vorne im Buch.

Autoren:

Training: Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.

Lösungen der Prüfungsaufgaben: Wolfgang Matschke, Marc Möllers

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch ist das Lösungsbuch zu dem Band *Mathematik E-Kurs – Mittlerer Schulabschluss (MSA) 2027 NRW Hauptschule/Gesamtschule/Sekundarschule – Prüfungsvorbereitung* (Titel-Nummer Q0530B).

Anhand der ausführlichen Lösungen kannst du überprüfen, ob du die Aufgaben im Trainingsteil und die Original-Prüfungsaufgaben richtig gelöst hast.

Versuche aber stets, jede Aufgabe zunächst alleine zu rechnen, und sieh nicht gleich in diesem Buch nach. Nur wenn du dich selbst anstrengst, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und du lernst dazu. Solltest du jedoch allein nicht weiterkommen, kann ein Blick in die Lösung hilfreich sein, da dort wichtige Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden.

Zum Schluss solltest du deine Ergebnisse auf jeden Fall mit der Lösung im Buch vergleichen und gegebenenfalls nach Rechenfehlern und Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes suchen.

Arbeitest du alle Aufgaben auf diese Weise Schritt für Schritt durch, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet!

Viel Erfolg in der Prüfung!

4 Funktionaler Zusammenhang

112	Menge (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Preis (€)	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30	7,20	8,10	9,00

113	Zeit (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Lohn (€)	42,50	85,00	127,50	170,00	212,50	255,00	297,50	340,00	382,50	425,00

- 114** a) 50 Steine $\hat{=}$ 75 €
 1 Stein $\hat{=}$ 1,50 €
 420 Steine $\hat{=}$ 630 €
 420 Steine kosten 630 €.
- b) 75 € $\hat{=}$ 50 Steine
 1 € $\hat{=}$ 0,666... Steine
 1 794 € $\hat{=}$ 1 196 Steine
 Für 1 794 € bekommt man 1 196 Steine.

- 115** 7 Riegel $\hat{=}$ 3,15 €
 1 Riegel $\hat{=}$ 0,45 €
 5 Riegel $\hat{=}$ 2,25 €
 Fünf Schokoladenriegel kosten 2,25 €.

116	Stück	Preis (€)	Menge (kg)	Preis (€)	Liter	Preis (€)
	4	1,80	5	17,00	15	18,75
	10	4,50	6	20,40	9	11,25
	15	6,75	8	27,20	30	37,50
	16	7,20	11	37,40	45	56,25
	18	8,10	13	44,20	75	93,75
	21	9,45	17	57,80	28	35,00

- 117** 4 Karten $\hat{=}$ 60 €
 1 Karte $\hat{=}$ 15 €
 7 Karten $\hat{=}$ 105 €
 Sieben Karten kosten 105 €.

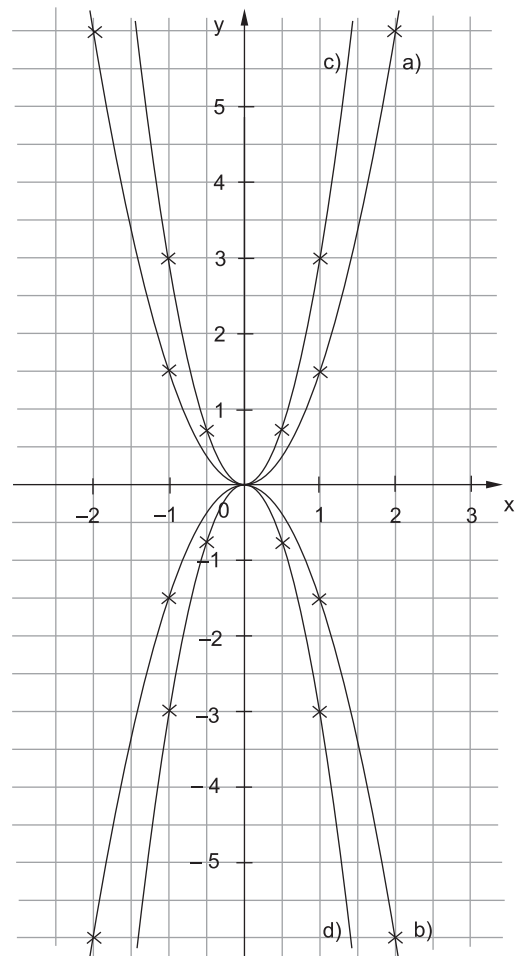
- 118** a) 25 Kugeln $\hat{=}$ 30,00 €
 1 Kugel $\hat{=}$ 1,20 €
 40 Kugeln $\hat{=}$ 48,00 €
 40 Kugeln kosten 48 €.
- b) 30,00 € $\hat{=}$ 25 Kugeln
 1 € $\hat{=}$ 0,833... Kugeln
 16,80 € $\hat{=}$ 14 Kugeln
 Für 16,80 € bekommt man 14 Kugeln Eis.

- 119** a) 23,96 € $\hat{=}$ 4 CDs
 1 € $\hat{=}$ 0,166... CDs
 42 € $\hat{=}$ 7,011... CDs \approx 7 CDs
 Anatol kann sich sieben CDs kaufen.
- b) 4 CDs $\hat{=}$ 23,96 €
 1 CD $\hat{=}$ 5,99 €
 3 CDs $\hat{=}$ 17,97 €
 Drei CDs kosten 17,97 €.

163

x	-2	-1	0	-1	2
a) $y = 1,5x^2$	6	1,5	0	1,5	6
b) $y = -1,5x^2$	-6	-1,5	0	-1,5	-6

x	-1	-0,5	0	-0,5	-1
c) $y = 3x^2$	3	0,75	0	0,75	3
d) $y = -3x^2$	-3	-0,75	0	-0,75	-3



164 Setze die x- und y-Werte der Punkte in die Gleichung ein und löse nach a auf.

a) $2 = a \cdot (-1)^2$
 $2 = a$
 $\Rightarrow y = 2x^2$

b) $6 = a \cdot 3^2$
 $\frac{2}{3} = a$
 $\Rightarrow y = \frac{2}{3}x^2$

c) $-4 = a \cdot 2^2$
 $-1 = a$
 $\Rightarrow y = -x^2$

d) $-13,5 = a \cdot 3^2$
 $-1,5 = a$
 $\Rightarrow y = -1,5x^2$

165 D $y = 0,02x^2$

C $y = -1,75x^2$

A $y = 2,5x^2$

B $y = -0,025x^2$

166

Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
a) $y = 0,5x^2 + 4$	S(0 4)	0,5	gestaucht, nach oben geöffnet
b) $y = -4x^2 + 7$	S(0 7)	-4	gestreckt, nach unten geöffnet
c) $y = -2x^2 - 5$	S(0 -5)	-2	gestreckt, nach unten geöffnet
d) $y = 0,4x^2 - 2,4$	S(0 -2,4)	0,4	gestaucht, nach oben geöffnet

$$\begin{array}{l}
 \text{b) I } 10x + 5y = 40 \quad | :5 \\
 \quad 2x + y = 8 \quad | -2x \\
 \quad \quad y = 8 - 2x \\
 \text{II } -32x + 16y = 64 \quad | :16 \\
 \quad -2x + y = 4 \quad | +2x \\
 \quad \quad y = 4 + 2x \\
 \\
 \text{I} = \text{II} \\
 8 - 2x = 4 + 2x \quad | +2x - 4 \\
 4 = 4x \quad | :4 \\
 1 = x \\
 \\
 \text{in I} \\
 y = 8 - 2 \cdot 1 \\
 y = 6
 \end{array}$$

191 a) $y = 6,4 - x$ $y = 6,4 + 0,7 \cdot x$ $y = 0,7 \cdot x$ $y = 6,4 - 0,7 \cdot x$

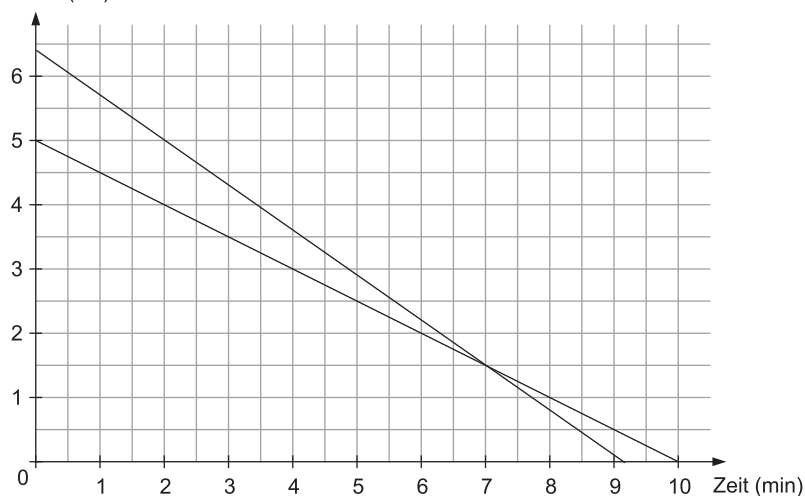
y steht für die Höhe der Kerze, x steht für die Zeit, die die Kerze brennt.

b) Aus dem Graphen kann man ablesen, dass die Kerze nach zwei Minuten noch 5 cm hoch ist.

c)

Zeit (min)	0	2	4	6	8	10
Höhe (cm)	5	4	3	2	1	0

Höhe (cm)



d) Kerze 1: $y = 6,4 - 0,7x$
 Kerze 2: $y = 5 - 0,5x$

Zeitpunkt mit gleicher Kerzenhöhe:

$$\begin{array}{l}
 6,4 - 0,7x = 5 - 0,5x \quad | -5 + 0,7x \\
 1,4 = 0,2x \quad | :0,2 \\
 7 = x
 \end{array}$$

Nach sieben Minuten Brenndauer sind beide Kerzen gleich hoch (erkennbar auch am Schnittpunkt der beiden Geraden).

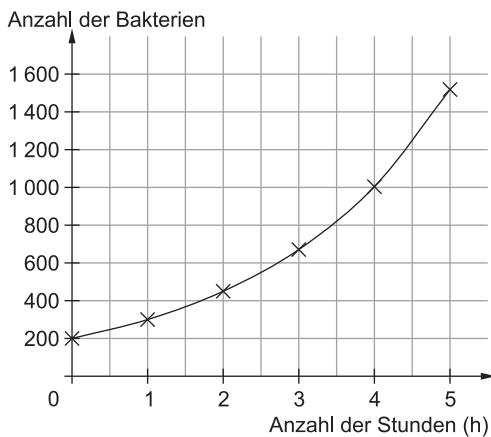
192 a) $y = c \cdot a^x$
 y = Endwert
 c = Anfangswert
 a = Wachstumsfaktor
 x = Anzahl der vergangenen Stunden

b) $c = 200$ Bakterien
 $x = 3$
 $p \% = 50 \%$
 $a = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{50}{100} = 1,5$

Zu bestätigender Endwert: $y = 675$
 $y = c \cdot a^x$
 $y = 200 \cdot 1,5^3$
 $y = 675$

c) Anzahl der Stunden	0	1	2	3	4	5
Bakterien	200	300	450	675	1 012	1 518

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\cdot 1,5}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\cdot 1,5}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\cdot 1,5}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\cdot 1,5}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\cdot 1,5}$

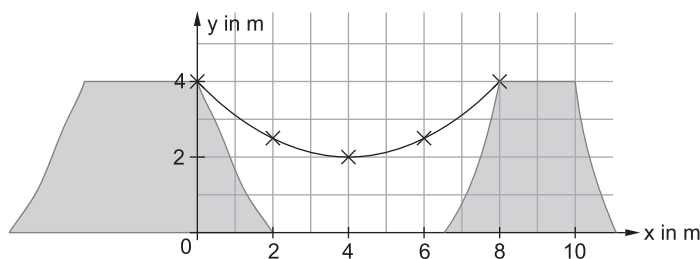


d) $c = 200$ Bakterien
 $a = 1,5$
 $x = 8$
 Anzahl der Bakterien nach acht Stunden:
 $y = c \cdot a^x$
 $y = 200 \cdot 1,5^8$
 $y \approx 5\,126$

Paul hat recht. Da die Population der Bakterien exponentiell wächst, sind nach acht Stunden mehr als 4 000 Bakterien bei diesem Versuch entstanden.

193 a) Nein, der gegenüberliegende Hügel wird nicht erreicht.
 Der Scheitelpunkt der Parabel liegt bei $S(3|2)$. Da eine Parabel immer symmetrisch ist, müsste dieser Punkt in der Mitte, bei $x = 4$ m, also bei $S(4|2)$ liegen, damit der Hügel erreicht wird.

b) x	0	2	4	6	8
$y = \frac{1}{8}(x-4)^2 + 2$	4	2,5	2	2,5	4



 Hinweise und Tipps**Aufgabe 3**

1. Lösungsmöglichkeit (Subtraktionsverfahren):

I $6x - 3y = 15$

II $6x - 8y = 10$

Subtraktionsverfahren (I–II):

$$\begin{array}{r} 5y = 5 \\ y = 1 \end{array} \quad \left| :5 \right.$$

Einsetzen von $y = 1$ in Gleichung I, um x zu bestimmen:

$$\begin{array}{r} 6x - 3 \cdot 1 = 15 \\ 6x = 18 \\ x = 3 \end{array} \quad \left| +3 \right. \quad \left| :6 \right.$$

Lösungsmenge des Gleichungssystems:

$L = \{(3 | 1)\}$

2. Lösungsmöglichkeit (Einsetzungsverfahren):

I $6x - 3y = 15$

II $6x - 8y = 10$

I' $6x = 15 + 3y$

II $6x - 8y = 10$

Einsetzen von I' in II:

$$\begin{array}{r} 15 + 3y - 8y = 10 \\ 15 - 5y = 10 \\ -5y = -5 \\ y = 1 \end{array} \quad \left| \text{zusammenfassen} \right. \quad \left| -15 \right. \quad \left| :(-1) \right.$$

Ab hier wie beim Subtraktionsverfahren die Variable x bestimmen (siehe oben).

3. Lösungsmöglichkeit (Gleichsetzungsverfahren):

I $6x - 3y = 15$

II $6x - 8y = 10$

I' $6x = 15 + 3y$

II' $6x = 10 + 8y$

I' = II':

$$\begin{array}{r} 15 + 3y = 10 + 8y \\ 5 = 5y \\ y = 1 \end{array} \quad \left| -3y \right. \quad \left| -10 \right. \quad \left| :5 \right.$$

Ab hier wie beim Subtraktionsverfahren die Variable x bestimmen (siehe oben).

Es gibt verschiedene Lösungsstrategien zum Lösen von Gleichungssystemen.

Im vorliegenden Fall bietet sich besonders das Subtraktionsverfahren an, da es sich direkt (d. h. ohne vorherige Umformung) anwenden lässt.

Alternativ kann $y = 1$ auch in Gleichung II eingesetzt werden, um x zu berechnen.Probe: Die Werte $x = 3$ und $y = 1$ werden in die Gleichungen eingesetzt:

I $6 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 15$ (wahr)

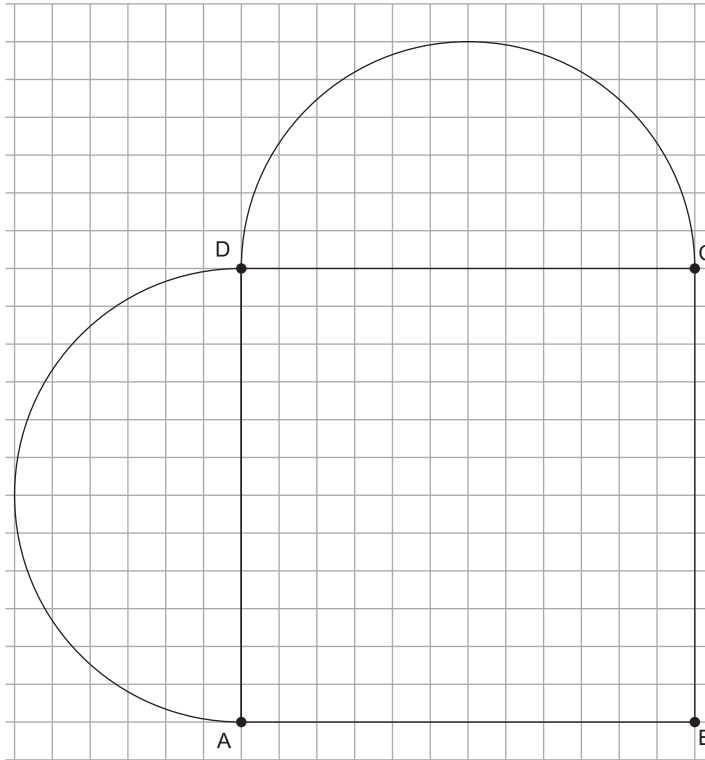
II $6 \cdot 3 - 8 \cdot 1 = 10$ (wahr)

Löse Gleichung I nach $6x$ auf und setze sie dann in Gleichung II ein.Löse beide Gleichungen nach $6x$ auf und setze sie dann gleich.

Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Herzlich willkommen

- a) Gegeben: Seiten des Quadrates: $a = 6 \text{ cm}$
 Radius der Halbkreise: $r = 3 \text{ cm}$



Entnimm die notwendigen Informationen der Abbildung 2 bzw. dem vorangestellten Aufgabentext.

Sinnvollerweise zeichnest du zuerst das Quadrat und orientierst dich dabei an den Rechenkästchen auf dem Papier.

- b) Gegeben: Seiten des Quadrates: $a = 6 \text{ cm}$
 Radius der Halbkreise: $r = 3 \text{ cm}$
 Gesucht: Bestätigung, dass der Flächeninhalt der herzförmigen Figur $64,3 \text{ cm}^2$ ist

Rechnung:

$$A_{\text{Herz}} = A_{\text{Quadrat}} + 2 \cdot A_{\text{Halbkreis}}$$

$$A_{\text{Herz}} = a^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \pi \cdot r^2$$

$$A_{\text{Herz}} = (6 \text{ cm})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \pi \cdot (3 \text{ cm})^2$$

$$A_{\text{Herz}} = 64,274 \dots \text{ cm}^2 \approx 64,3 \text{ cm}^2$$

Alternative Rechnung:

$$A_{\text{Herz}} = a^2 + \pi \cdot r^2$$

$$A_{\text{Herz}} = (6 \text{ cm})^2 + \pi \cdot (3 \text{ cm})^2$$

$$A_{\text{Herz}} \approx 64,274 \dots \text{ cm}^2 \approx 64,3 \text{ cm}^2$$

Die Rechnung bestätigt, dass die Flächenangabe von $64,3 \text{ cm}^2$ richtig ist.

Die herzförmige Fläche besteht aus einem Quadrat und zwei Halbkreisen.

Die herzförmige Fläche besteht aus einem Quadrat und einem Kreis (zusammengesetzt aus zwei Halbkreisen).

- c) Gegeben: 1 dm² Metallblech wiegt 117 g.
 Gesucht: Gewicht eines Herzens

Lösung mithilfe des Dreisatzes:

	Flächeninhalt	Gewicht	
: 100	100 cm ²	117 g	: 100
	1 cm ²	1,17 g	
· 64,3	64,3 cm ²	75,231 g	· 64,3

Ein Metallherz wiegt ca. 75 g.

- d) Gegeben: Abbildung 3 – Skizze zur Berechnung der Breite b
 Gesucht: Prüfung der Streckenlänge: $\overline{M_1M_2} \approx 4,24$ cm
 Das Dreieck mit den Eckpunkten M_1, M_2 und C ist rechtwinklig.
 M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte der Halbkreise, damit sind die Strecken $\overline{M_1C}$ und $\overline{M_2C}$ jeweils 3 cm lang.

Es gilt der Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} \overline{M_1M_2}^2 &= \overline{M_1C}^2 + \overline{M_2C}^2 \\ \overline{M_1M_2}^2 &= (3 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 \quad | \sqrt{} \\ \overline{M_1M_2} &= \sqrt{9 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2} \\ \overline{M_1M_2} &\approx 4,24 \text{ cm} \end{aligned}$$

Die Rechnung zeigt, dass die Strecke $\overline{M_1M_2}$ eine Länge von ca. 4,24 cm hat.

- e) Gegeben: $\overline{M_1M_2} \approx 4,24$ cm; $r_{\text{Halbkreis}} = 3$ cm
 Gesucht: Breite b des Herzens

Es gilt:

$$b = \overline{AM_1} + \overline{M_1M_2} + \overline{M_2B}$$

Mit $\overline{AM_1} = \overline{M_2B} = r_{\text{Halbkreis}}$ folgt:

$$b \approx 3 \text{ cm} + 4,24 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 10,24 \text{ cm}$$

Das Herz hat eine Breite von ca. 10,24 cm.

- f) Gegeben: Karton mit 15 roten Herzen; Baumdiagramm
 Gesucht: Begründung, warum in einem Karton 20 Herzen sind
 Begründung:
 Dem Baumdiagramm kann man entnehmen, dass $\frac{3}{4}$ der Herzen rot sind. Wenn 15 Herzen rot sind, müssen in dem Karton noch 5 weiße Herzen sein: $\frac{3}{4}$ entspricht 15 Herzen, $\frac{1}{4}$ entspricht demnach 5 Herzen. Somit sind in dem Karton insgesamt 20 Herzen.

 Hinweise und Tipps

Beachte die Umwandlungszahl bei Flächenmaßen:
 $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$

Betrachte die Figuren in den Abbildung 2 und 3 genau und entnimm daraus die Informationen, die zur Überprüfung der Streckenlänge notwendig sind.
 Suche nach einem rechtwinkligen Dreieck. Es kann der Satz des Pythagoras angewendet werden.

Betrachte die Streckenlängen $\overline{AM_1}$ und $\overline{M_2B}$. Es handelt sich jeweils um Radien eines der Halbkreise.

Zwei Informationen sind relevant: Die Anzahl der roten Herzen (siehe Aufgabentext) und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde zunächst ein rotes Herz zieht (siehe Baumdiagramm).

Der Zusammenhang lässt sich auch folgendermaßen ausdrücken:

	Anteil	Anzahl	
: 3	$\frac{3}{4}$	15	: 3
	$\frac{1}{4}$	5	



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK