2027

>30 Millionen bestandene Prüfungen

50 Jahre STARK

STARK Prüfung

MEHR ERFAHREN

MSA

Hamburg

Mathematik

✓ Ausführliche Lösungen

✓ Hilfreiche Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden. Den Zugangscode findest du vorne im Buch.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Mathematik – MSA 2027 Hamburg – Prüfungsvorbereitung** (Best.-Nr. Q02100). Es enthält zu allen Aufgaben von erfahrenen Lehrerinnen und Lehrern ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorinnen und Autoren:
Peter Stählin, Christoph Borr, Kerstin Lenz, Dietmar Steiner

Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

73 Setze die Koordinaten des Punktes für x und y in die Gleichung $y = ax^2$ ein und berechne aus der so entstandenen Gleichung den Faktor a.

a) $P(2\,|\,-2)$:

$-2 = a \cdot 2^2$

$-2 = a \cdot 4$

$a = -\frac{1}{2}$

Funktionsgleichung: $y = -\frac{1}{2}x^2$

b) $Q(-5\,|\,12{,}5)$:

$12{,}5 = a \cdot (-5)^2$

$12{,}5 = a \cdot 25$

$a = \frac{1}{2}$

Funktionsgleichung: $y = \frac{1}{2}x^2$

c) $A(-2{,}5\,|\,-18{,}75)$:

$-18{,}75 = a \cdot (-2{,}5)^2$

$-18{,}75 = a \cdot 6{,}25$

$a = -3$

Funktionsgleichung: $y = -3x^2$

d) $B(2\,|\,-4)$:

$-4 = a \cdot 2^2$

$-4 = a \cdot 4$

$a = -1$

Funktionsgleichung: $y = -x^2$

74

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$	nach oben	schmaler als Normalparabel	$y = 2x^2$
$a = 1$	nach oben	Normalparabel	$y = x^2$
$0 < a < 1$	nach oben	breiter als Normalparabel	$y = \frac{1}{3}x^2$
$-1 < a < 0$	nach unten	breiter als Normalparabel	$y = -\frac{1}{2}x^2$
$a = -1$	nach unten	Normalparabel	$y = -x^2$
$a < -1$	nach unten	schmaler als Normalparabel	$y = -2x^2$

75 $s = a \cdot v^2$ (s in m und v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)

a) Setze die gegebenen Werte für v und s in die Gleichung $s = a \cdot v^2$ ein und berechne den Faktor a.

$v = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}};\ s = 81\text{ m}$

$81\text{ m} = a \cdot \left(90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2$

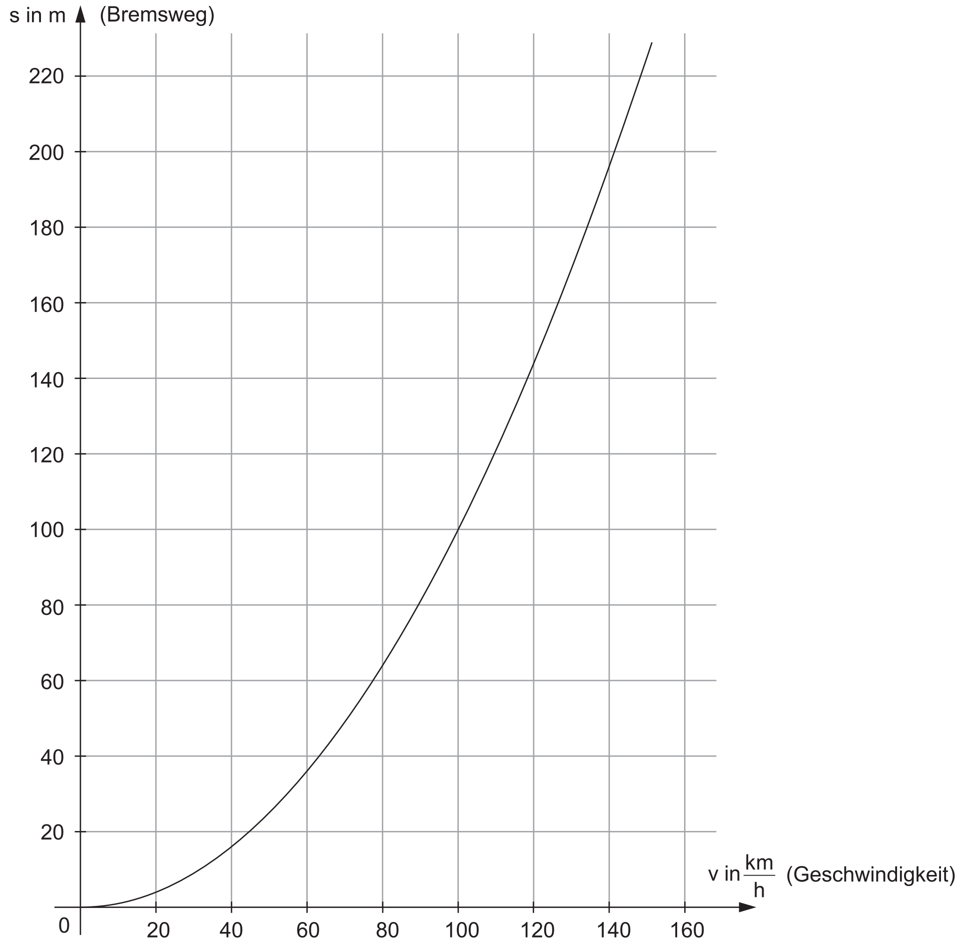
$81\text{ m} = a \cdot 90^2\,\frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} \qquad \Big|:90^2\,\frac{\text{km}^2}{\text{h}^2}$

$a = 0{,}01\,\frac{\text{m} \cdot \text{h}^2}{\text{km}^2}$

b) $s = 0{,}01 \cdot v^2$

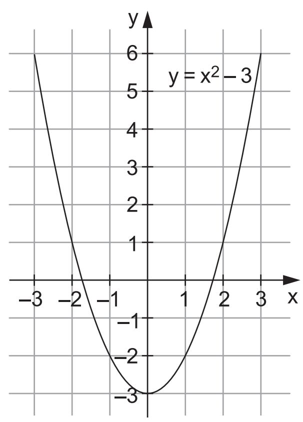
v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	50	60	80	100	130
s in m	25	36	64	100	169

c)



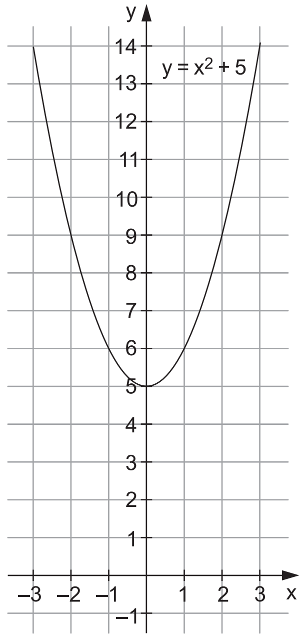
76 a) $f: y = x^2 - 3$

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	22	13	6	1	–2	–3	–2	1	6	13	22



b) $f: y = x^2 + 5$

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	30	21	14	9	6	5	6	9	14	21	30



77 Setze die Koordinaten des Punktes Q für x und y in die Gleichung $y = x^2 + t$ ein und berechne den Parameter t.

Q(–2|–3): $-3 = (-2)^2 + t$
$-3 = 4 + t$
$t = -7$

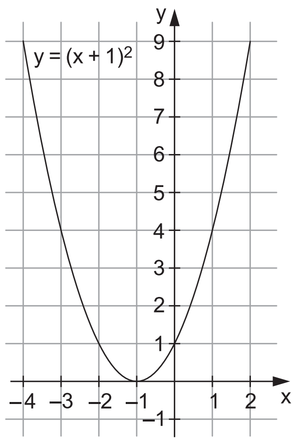
Funktionsgleichung: $f: y = x^2 - 7$

78 a) $t = 2$
$y = x^2 + 2$

b) $t = -7$
$y = x^2 - 7$

79 a) $f: y = (x+1)^2$

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36



Abschlussprüfung 2025

Aufgabe I – ohne Taschenrechner und Formelblatt

Aufgabe 1

✎ Hinweise und Tipps

a) 12 Kanten
Lösung D

Ausschlussverfahren:
A: 4 Ecken hat ein Viereck, das ist eine Fläche. Hier wird aber ein Quader gesucht, also ein Körper. Antwort falsch.
B 6 Ecken kann auch nicht sein, denn ein Quader hat 8 Ecken (4 oben, 4 unten). Antwort falsch.
C: 8 Kanten erhält man, wenn man nur die Kanten oben und unten zählt. Dann fehlen aber die 4 Kanten an der Seite. Antwort falsch.
D: Antwort ist richtig: 4 Kanten oben, 4 Kanten unten, 4 Kanten an der Seite, ergibt 12 Kanten.

b) $(8-2)\cdot 3=18$
Lösung C

Multiplizieren heißt: etwas malnehmen. Und zwar hier eine Differenz (also das Ergebnis einer Minus-Aufgabe) mit der Zahl 3. Die Minus-Aufgabe ist $8-2$, das ergibt 6. Dies mit 3 malgenommen ergibt 18.

c) 100 g
Lösung C

1 kg sind 1 000 g. Also sind 0,1 kg 100 g.

d) 8x
Lösung B

Der Umfang ist die Strecke einmal um das Rechteck herum. Die beiden langen Strecken (oben und unten) sind jeweils 3x lang und die beiden Strecken an der Seite (rechts und links) jeweils 1x. Alles zusammenaddiert ergibt 8x.

e) $(5-7)\cdot(7-5)=(-2)\cdot(2)=-4$
Lösung A

Löse erst die Klammern.

f) vier Dreiecken
Lösung B

Eine dreieckige Pyramide hat als Grundfläche natürlich ein Dreieck. Die drei Seitenflächen sind ebenfalls Dreiecke. Macht also zusammen 4 Dreiecke.

g) $\frac{2}{5}:\frac{1}{5}=2$
Lösung C

Bruchrechnung: Brüche dividiert man durch Multiplikation mit dem Kehrwert.
Aus $\frac{2}{5}:\frac{1}{5}$ wird $\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{1}$ und damit $\frac{10}{5}$. Und $10:5$ sind 2.
Alternativ kann auch gekürzt werden. Es ergibt sich $\frac{2}{1}$, also auch 2.

h) $\sqrt{0{,}01}=0{,}1$
Lösung C

Die Rechnung wird einfacher, wenn man sich klarmacht, dass 0,01 das Gleiche sind wie $\frac{1}{100}$:
$\sqrt{0{,}01}=\sqrt{\frac{1}{100}}$.

Es wird also die Zahl gesucht, die mit sich selbst multipliziert $\frac{1}{100}$ ergibt. Und das ist natürlich $\frac{1}{10}$ und somit 0,1.

i) **Lösung A**

B ist genau so groß wie A und C zusammen. Also muss eine der drei Flächen genau die Hälfte des Kreisdiagramms einnehmen. Damit sind Antwort C und D falsch. Weiterhin muss C doppelt so groß sein wie A. Damit fällt auch B als Antwort raus. Diagramm A passt.

Hinweise und Tipps

q) $2\pi + 4$
Lösung C

Der Umfang setzt sich zusammen aus dem Durchmesser der Länge 4 (deshalb bei allen Antworten die $+4$) und der Hälfte des Umfangs eines Vollkreises. Der Kreisumfang berechnet sich zu $U_K = d \cdot \pi$, also hier zu 4π. Die Hälfte davon ist 2π, sodass sich für den Umfang des Halbkreises $U_{HK} = 2\pi + 4$ ergibt.

r) $x^2 - 1$
Lösung D

Die Parabel ist nach oben geöffnet. Also darf vor dem x^2 kein negativer Wert stehen. Damit scheiden die Antworten A und B bereits aus. Außerdem ist die Parabel um eine Einheit nach unten verschoben. Also: $f(x) = x^2 - 1$.

s) $\sqrt{\dfrac{O}{4 \cdot \pi}}$
Lösung B

$$\begin{aligned} O &= 4 \cdot \pi \cdot r^2 && \mid : 4\pi \\ \frac{O}{4 \cdot \pi} &= r^2 && \mid \sqrt{\ } \\ r &= \sqrt{\frac{O}{4 \cdot \pi}} \end{aligned}$$

t) **Lösung D**

Die Wahrscheinlichkeit von $11,\overline{1}\ \%$ entspricht $\frac{1}{9}$. Da das Glücksrad zweimal gedreht wird, muss die Einzelwahrscheinlichkeit des Drehens $\frac{1}{3}$ betragen. Das ist bei Glücksrad D der Fall.

Aufgabe 2

a) $V = 4\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 24\text{ cm}^3$

Das Volumen eines Quaders berechnet sich zu $V = \text{Länge} \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe} = a \cdot b \cdot c$.

b) Flächen der einzelnen Rechtecke:
$A_1 = 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 6\text{ cm}^2$
$A_2 = 4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$
$A_3 = 4\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 8\text{ cm}^2$

Summe der Flächen mit 2 multipliziert:
$O = (6\text{ cm}^2 + 12\text{ cm}^2 + 8\text{ cm}^2) \cdot 2 = 52\text{ cm}^2$

Alternative Berechnung mit einem Term:
$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot (4\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} + 4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} + 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}) \\ &= 2 \cdot (8\text{ cm}^2 + 12\text{ cm}^2 + 6\text{ cm}^2) = 52\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Die Oberfläche besteht aus den 6 abgebildeten Rechtecken des Netzes, wobei jedes Rechteck doppelt vorkommt. Das entspricht der Formel $O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$.

Aufgabe 3

Chance für zwei Gewinnfelder hintereinander:

$0,2 \cdot 0,2 = 0,04$

Gegenwahrscheinlichkeit = Wahrscheinlichkeit, mindestens eine Niete zu drehen:

$1 - 0,04 = 0,96 = 96\ \%$

Wenn man mindestens eine Niete ziehen möchte, ist das Einzige, was nicht passieren darf, zweimal ein Gewinnfeld zu drehen.
Die Chance für zwei Gewinnfelder hintereinander beträgt $0,2 \cdot 0,2 = 0,04$. Das sind also 4 %. In allen anderen Fällen dreht man also mindestens eine Niete. Das sind 96 %.
Alternativ kann man natürlich auch alle einzelnen Pfade ausrechnen, in denen mindestens eine Niete vorkommt.
Niete – Niete: $P(NN) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$
Niete – Treffer: $P(NT) = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16$
Treffer – Niete: $P(TN) = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$
Diese zusammengerechnet ergeben 0,96, also ebenfalls 96 %.

✎ Hinweise und Tipps

Aufgabe 4

a) $x_1 = 0$ und $x_2 = 2$

Die Nullstellen sind die Schnittstellen des Graphen mit der x-Achse.

b)
$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -x^2 + 2x &= 0 \quad \big|\,:(-1) \\ x^2 - 2x &= 0 \end{aligned}$$

Rechnerisch heißt: Zuerst wird der Funktionsterm gleich null gesetzt. Dann muss diese Gleichung gelöst werden. Hier gibt es jetzt mindestens drei verschiedene Lösungswege. Zuerst sollte man aber bei allen durch (–1) teilen.

Variante A: x Ausklammern

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 0 \\ x \cdot (x-2) &= 0 \end{aligned}$$

Also $x_1 = 2$ und $x_2 = 2$.

Eine Multiplikation ergibt dann 0, wenn einer ihrer Faktoren 0 ist. Also hier:
$x = 0$ oder $(x-2) = 0$.

Variante B: pq-Formel

$$x^2 - 2x = 0$$

$$\begin{aligned} x_{1/2} &= -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 0} \\ &= 1 \pm \sqrt{1} \end{aligned}$$

Also $x_1 = 2$ und $x_2 = 2$.

pq-Formel mit $p = -2$ und $q = 0$:

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Variante C: Quadratische Ergänzung

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 0 && \big|\ \text{Quadratische Ergänzung} \\ x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 &= 0 && \big|\ \text{2. binomische Formel} \\ (x-1)^2 - 1^2 &= 0 && \big|\ +1^2 \\ (x-1)^2 &= 1^2 && \big|\ \sqrt{\ } \\ (x-1) &= \pm 1 && \big|\ +1 \\ x_{1/2} &= \pm 1 + 1 \\ x_1 &= +1 + 1 = 2 \\ x_2 &= -1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

Weitere Lösungsvariante: abc-Formel

Aufgabe II – Leitidee Raum und Form, Leitidee Messen

Spielplatz

Hinweise und Tipps

a) $59\,\text{m} \cdot 87\,\text{m} = 5\,133\,\text{m}^2$

Damit ist bestätigt, dass die Breite 87 m beträgt.

Alternativ:

$5\,133\,\text{m}^2 : 59\,\text{m} = 87\,\text{m}$

Damit ist bestätigt, dass die Breite 87 m beträgt.

Die Fläche A eines Rechtecks berechnet sich nach der Formel $A = \text{Länge} \cdot \text{Breite}$. Man kann hier entweder die gegebene Länge und Breite multiplizieren und testen, ob das Ergebnis $5\,133\,\text{m}^2$ ergibt, oder alternativ die Fläche durch die Länge dividieren, um so die Breite zu berechnen.

b) $U = 2 \cdot 87\,\text{m} + 2 \cdot 59\,\text{m} = 292\,\text{m}$

$\text{Zaunlänge} = 292\,\text{m} - 6\,\text{m} = 286\,\text{m}$

Der Zaun hat eine Länge von 286 m.

Der Umfang eines Rechtecks der Länge a und der Breite b ergibt sich zu $U = 2a + 2b$.

Davon müssen jetzt noch die 3 Öffnungen mit je 2 m Breite, zusammen also 6 m, abgezogen werden.

c) $A = \pi \cdot r^2 \quad |:\pi$

$\frac{A}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{452\,\text{m}^2}{\pi}} = 11{,}9948\ldots\,\text{m}$

$d = 2 \cdot 11{,}9948\ldots\,\text{m} = 23{,}9896\ldots\,\text{m}$

Der Durchmesser ist knappe 24 m groß (23,99 m).

Die Kreisfläche ergibt sich zu $A = \pi \cdot r^2$.
Diese Gleichung wird nach r umgestellt.

Da der Durchmesser gesucht wird, muss der berechnete Radius noch verdoppelt werden.

d)
- $s = \sqrt{(290\,\text{cm})^2 + (230\,\text{cm})^2} = 370{,}135\ldots\,\text{cm}$

  Die Länge s der Rutsche beträgt ca. 370,14 cm bzw. rund 3,7 m.

- $\tan\alpha = \frac{230\,\text{cm}}{290\,\text{cm}} \quad |\tan^{-1}$

  $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{230}{290}\right) = 38{,}418\ldots^\circ$

  Der Winkel α ist ungefähr 38,4° groß.

Die Länge s kann direkt über den Satz des Pythagoras berechnet werden.

Der Winkel α kann über den Tangens berechnet werden:

$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

e) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad |:\pi$

$\frac{V}{\pi} = r^2 \cdot h \quad |:r^2$

$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$

$h = \frac{7\,\text{m}^3}{\pi \cdot (3\,\text{m})^2} = \frac{7}{9\pi}\,\text{m} = 0{,}2475\ldots\,\text{m}$

Das Wasser ist ungefähr 0,25 m bzw. 25 cm hoch.

Das Volumen eines Zylinders berechnet sich über die Formel $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Da hier nach h gefragt ist, muss die Formel entsprechend umgestellt werden.

Wichtig ist, auf gleiche Einheiten zu achten, hier: Meter (m).
Nach dem Hinweis in der Aufgabe gilt:
$7\,000\,\ell = 7\,\text{m}^3$

f) $\beta = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \quad |\cdot\sin\alpha$

$a = \frac{b}{\sin\beta} \cdot \sin\alpha = \frac{2{,}66\,\text{m}}{\sin(55^\circ)} \cdot \sin(60^\circ) = 2{,}8122\ldots\,\text{m}$

Der Abstand a beträgt 2,81 m.

Zuerst wird der fehlende Winkel β bestimmt.

Zur Bestimmung des Abstandes a kann der Sinus-Satz verwendet werden.

Aufgabe III – Leitidee funktionaler Zusammenhang

Vulkaninsel

✐ Hinweise und Tipps

a) • $710\,\text{m} + 2\,840\,\text{m} = 3\,550\,\text{m}$

Damit ist die Gesamthöhe von $3\,550\,\text{m}$ bestätigt.

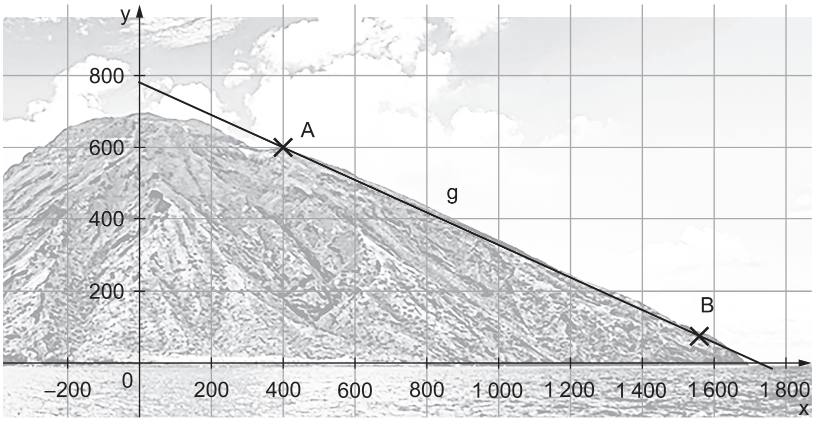
• $710\,\text{m} : 3\,550\,\text{m} = 0{,}20$ und damit 20 %.

Es befinden sich 20 % der Gesamthöhe des Vulkans über dem Meeresspiegel.

Hinweise und Tipps: Die Gesamthöhe besteht aus dem Teil über dem Wasser (710 m) und dem Teil unter Wasser (2 840 m). Beide Teile müssen nur zusammengerechnet werden.

Von den 3 550 m Gesamthöhe liegen 710 m über dem Meeresspiegel, also 710 m von 3 550 m.

b) • Ergänzte Abbildung:



• $m = \dfrac{70-600}{1\,560-400} = -\dfrac{53}{116} = -0{,}45689\ldots$

Die Steigung der Geraden g beträgt $-\frac{53}{116}$ bzw. rund $-0{,}46$.

Hinweise und Tipps: Die Steigung m wird über folgenden Ansatz bestimmt:

$$m = \frac{\text{Abstand der y-Werte}}{\text{Abstand der x-Werte}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

c) • $v = \frac{s}{t}$

$v = \dfrac{4{,}5\text{ km}}{1{,}5\text{ h}} = 3\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

Die durchschnittliche Geschwindigkeit beträgt $3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Hinweise und Tipps: Aus dem Physikunterricht sollte folgende Formel bekannt sein:

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}}$$

•
$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} && \mid \cdot t \\ v \cdot t &= s && \mid : v \\ t &= \frac{s}{v} \\ t &= \frac{7\text{ km}}{3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2{,}33\ldots\text{ h} \end{aligned}$$

Die Forscher benötigen zweieindrittel Stunden, also 2 Stunden und 20 min, für die gesamte Strecke.

Hinweise und Tipps: Hier muss die Formel für die Geschwindigkeit v nach der Zeit t umgestellt werden.

d) f_2 ist nicht geeignet, da es sich bei dem Graphen in Abb. 2 um eine nach unten geöffnete Parabel handelt. Also muss der Wert vor x negativ sein. Das ist er bei f_2 nicht.
f_3 ist ebenfalls nicht geeignet, da der Graph von f_3 eine nach unten verschobene Normalparabel beschreibt: Ihr Scheitelpunkt liegt 7 m unterhalb des Meeresspiegels (x-Achse) auf der y-Achse. Das entspricht nicht dem Graphen in Abb. 2.