

2027

>30 Millionen
bestandene
Prüfungen

50
Jahre
STARK

STARK
Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

MSA

Schleswig-Holstein

Mathematik

- ✓ Ausführliche Lösungen
- ✓ Hilfreiche Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

Inhalt

Training Grundwissen

1	Wiederholung Grundlagen	1
2	Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme	17
3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	24
4	Ähnlichkeit und Strahlensätze	30
5	Der Satz des Pythagoras	34
6	Trigonometrie	36
7	Körper	41
8	Daten und Zufall	48
9	Wachstum und Zerfall	56
10	Vermischte Aufgaben	59

Original-Abschlussprüfung

Mittlerer Schulabschluss 2023	2023-1
Mittlerer Schulabschluss 2024	2024-1
Mittlerer Schulabschluss 2025	2025-1

Mittlerer Schulabschluss 2026 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2026 freigegeben und die zugehörigen Musterlösungen ausgearbeitet und redaktionell geprüft sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden. Den Zugangscode findest du vorne im Buch.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Mathematik – MSA 2027 Schleswig-Holstein – Prüfungsvorbereitung** (Best.-Nr. Q01100). Es enthält zu allen Aufgaben ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!



Autorinnen und Autoren:

Janna Becher, Stephanie Zumblick, Jörg Collenburg, Doris Cremer, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

6 Trigonometrie

- 107** a) $\sin \alpha = 0,67$
 $\alpha = \sin^{-1}(0,67)$
 $\alpha \approx 42,07^\circ$
- b) $\cos \beta = 0,99$
 $\beta = \cos^{-1}(0,99)$
 $\beta \approx 8,11^\circ$
- c) $\tan \delta = 5,5$
 $\delta = \tan^{-1}(5,5)$
 $\delta \approx 79,70^\circ$

- 108** a) Berechnung von x mit dem Kosinus:

$$\cos 55^\circ = \frac{18}{x} \quad | \cdot x \quad | : \cos 55^\circ$$

$$x = \frac{18}{\cos 55^\circ}$$

$$x \approx 31,38$$

Ergebnis: $x = 31,38 \text{ cm}$; $y = 25,71 \text{ cm}$

- b) Teildreieck:

Berechnung von α mit dem Sinus:

$$\sin \alpha = \frac{6}{14}$$

$$\alpha \approx 25,38^\circ$$

Ganzes Dreieck:

Berechnung von x mit dem Tangens:

$$\tan 25,38^\circ = \frac{x}{14} \quad | \cdot 14$$

$$\tan 25,38^\circ \cdot 14 = x$$

$$x \approx 6,64$$

Berechnung von y mit dem Kosinus:

$$\cos 25,38^\circ = \frac{14}{y} \quad | \cdot y \quad | : \cos 25,38^\circ$$

$$y = \frac{14}{\cos 25,38^\circ}$$

$$y \approx 15,5$$

Ergebnis: $x = 6,64 \text{ cm}$; $y = 15,5 \text{ cm}$; $\alpha = 25,38^\circ$

- c) **Achtung:** Das Dreieck ist nicht rechtwinklig, denn $\gamma = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$!

Da $\alpha = \beta = 40^\circ$ gilt, handelt es sich um ein gleichschenkliges Dreieck, d. h. $a = b$.

Die Höhe h_c halbiert die Seite c und zerlegt das Dreieck in zwei rechtwinklige Teildreiecke.

$$\cos 40^\circ = \frac{7,5}{a} \quad | \cdot a \quad | : \cos 40^\circ$$

$$a = \frac{7,5}{\cos 40^\circ}$$

$$a \approx 9,79$$

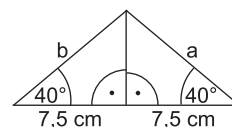
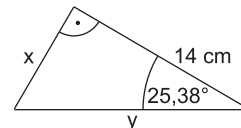
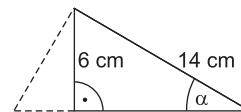
Ergebnis: $a = 9,79 \text{ cm}$; $b = 9,79 \text{ cm}$

Berechnung von y mit dem Tangens:

$$\tan 55^\circ = \frac{y}{18} \quad | \cdot 18$$

$$\tan 55^\circ \cdot 18 = y$$

$$y \approx 25,71$$



- d) Die Figur ist eine Raute. Die Diagonalen halbieren sich gegenseitig und die Winkel α und β .

Teildreieck:

Berechnung von a mit dem Satz des Pythagoras:

$$a^2 = 15^2 + 8^2 \quad | \sqrt{}$$

$$a = \sqrt{15^2 + 8^2}$$

$$a = \sqrt{289}$$

$$a = 17$$

Berechnung von α' mit dem Tangens:

$$\tan \alpha' = \frac{8}{15}$$

$$\alpha' \approx 28,07^\circ$$

Berechnung von α :

$$\alpha = 2 \cdot \alpha' = 56,14^\circ$$

Berechnung von β' mit der Winkelsumme im Dreieck:

$$\beta' = 180^\circ - 90^\circ - \alpha'$$

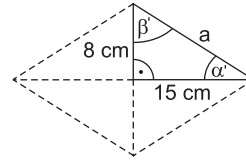
$$\beta' = 180^\circ - 90^\circ - 28,07^\circ$$

$$\beta' = 61,93^\circ$$

Berechnung von β :

$$\beta = 2 \cdot \beta' = 123,86^\circ$$

Ergebnis: $a = 17$ cm; $\alpha = 56,14^\circ$; $\beta = 123,86^\circ$



oder

Berechnung von β' mit dem Tangens:

$$\tan \beta' = \frac{15}{8}$$

$$\beta' \approx 61,93^\circ$$

- 109** Zu einer Steigung von 100 % gehört der Steigungswinkel von 45° (und nicht 90° , wie oft angenommen wird), denn auf 100 m Länge wird eine Höhe von 100 m überwunden.

$$100 \%: \quad \tan \alpha = \frac{100}{100}$$

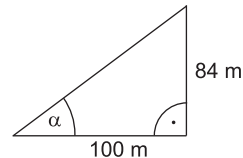
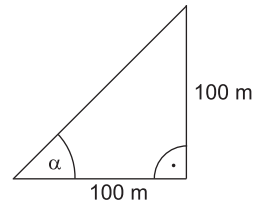
$$\alpha = 45^\circ$$

Bei einer Steigung von 84 % wird auf 100 m Länge eine Höhe von 84 m überwunden. Der Steigungswinkel beträgt:

$$84 \%: \quad \tan \alpha = \frac{84}{100}$$

$$\alpha \approx 40,03^\circ$$

Lena hat nicht geschwindelt.



- 110** a) Mit der Leiter erreicht man die größte Höhe, wenn man sie mit dem größten Neigungswinkel (75°) aufstellt. Zu berechnen ist, welche Höhe mit dem nutzbaren Teil der Leiter ($5,35$ m – 1 m = $4,35$ m) dabei erreicht wird.

Berechnung von h mit dem Sinus:

$$\sin 75^\circ = \frac{h}{4,35} \quad | \cdot 4,35$$

$$\sin 75^\circ \cdot 4,35 = h$$

$$h \approx 4,20$$

Die Leiter reicht gerade aus, wenn sie mit einem Neigungswinkel von 75° aufgestellt wird.

- b) Berechnung von x mit dem Kosinus:

$$\cos 75^\circ = \frac{x}{4,35} \quad | \cdot 4,35$$

$$\cos 75^\circ \cdot 4,35 = x$$

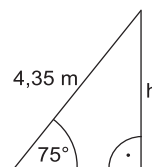
$$x \approx 1,13$$

Das untere Leiterende steht 1,13 m von der Wand entfernt.

☐ 1,9 m

☐ 1,55 m

☒ 1,13 m



111 Gegeben: $a = 19 \text{ cm}$

$$c = 10 \text{ cm}$$

$$b = d = 8 \text{ cm}$$

Gesucht: α ; β ; γ ; δ ; A Im gleichschenkligen Trapez ist $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$.Durch Einzeichnen der Höhe h findet man ein rechtwinkliges Dreieck:Berechnung von α mit dem Kosinus:

$$\cos \alpha = \frac{4,5}{8}$$

$$\alpha \approx 55,77^\circ$$

Berechnung von δ' mit dem Sinus:

$$\sin \delta' = \frac{4,5}{8}$$

$$\delta' \approx 34,23^\circ$$

Berechnung von δ :

$$\delta = 90^\circ + \delta' = 90^\circ + 34,23^\circ = 124,23^\circ$$

Berechnung der Höhe h mit dem Satz des Pythagoras:

$$4,5^2 + h^2 = 8^2 \quad | -4,5^2$$

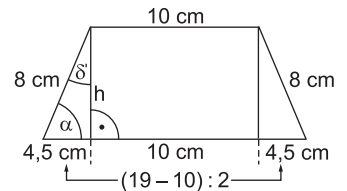
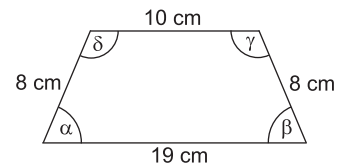
$$h^2 = 8^2 - 4,5^2 \quad | \sqrt{}$$

$$h = \sqrt{8^2 - 4,5^2}$$

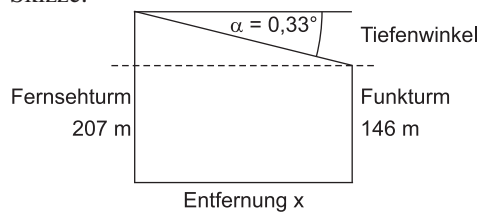
$$h \approx 6,61$$

Berechnung des Flächeninhaltes A :

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{19+10}{2} \cdot 6,61 \approx 95,85$$

Ergebnis: $\alpha = 55,77^\circ$; $\beta = 55,77^\circ$; $\gamma = 124,23^\circ$; $\delta = 124,23^\circ$; $A = 95,85 \text{ cm}^2$ 

112 Skizze:

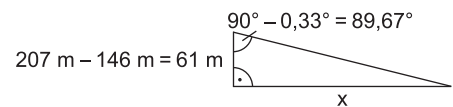
Berechnung von x mit dem Tangens:

$$\tan 89,67^\circ = \frac{x}{61} \quad | \cdot 61$$

$$\tan 89,67^\circ \cdot 61 = x$$

$$x \approx 10\,590,92$$

Der Funkturn ist ungefähr 10,59 km vom Fernsehturm entfernt.

113 a) Gegeben: WWS $\rightarrow$ SinussatzBerechnung der Länge der Strecke x :

$$\frac{15,5}{\sin 95^\circ} = \frac{x}{\sin 30^\circ} \quad | \cdot \sin 30^\circ$$

$$x = \frac{15,5 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 95^\circ}$$

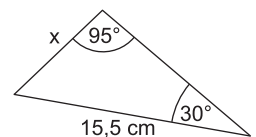
$$x \approx 7,78$$

Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:

$$\alpha = 180^\circ - 95^\circ - 30^\circ = 55^\circ$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \cdot x \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \cdot 7,78 \cdot \sin 55^\circ \approx 49,39$$



Abschlussprüfung 2025

Heft 1 – A: Kurzformaufgaben

Hinweise und Tipps

- A1** 2 000 000 000
oder
2 Milliarden

Um die Anzahl der 100-Euro-Scheine zu ermitteln, muss die Zahl 200 000 000 000 (200 Milliarden) durch 100 dividiert werden. Durch 100 dividieren bedeutet in diesem Fall, dass zwei Nullen bei der Zahl 200 000 000 000 weggestrichen werden müssen.

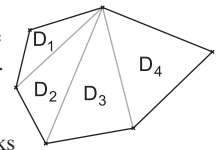
$$200\,000\,000\,000 : 100 = 2\,000\,000\,000$$

oder 200 Mrd. = 2 Mrd.

- A2** ☒ 720°
☐ 1 080°
☐ 1 440°

Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt immer 180°. Das abgebildete Sechseck besteht aus vier Dreiecken. Deren Innenwinkelsummen müssen alle zusammengefasst werden, um die Innenwinkelsumme des Sechsecks zu erhalten.

$$180^\circ + 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$



- A3** ☒ 12
☐ 24
☐ 36

Bestimme jeweils die Anzahl der kleinen Holzwürfel für die abgebildeten Figuren:

Figur 1 20 kleine Holzwürfel } +12
Figur 2 32 kleine Holzwürfel } +12
Figur 3 44 kleine Holzwürfel }

Die Erweiterung zur nächsten Figur beträgt immer 12 kleine Holzwürfel.

Alternative Überlegung:

Jede Figur ist ein würfelförmiges Gebilde, dessen Kanten aus kleinen Holzwürfeln zusammengesetzt sind. Figur 2 entsteht aus Figur 1, indem an jeder Kante ein kleiner Holzwürfel hinzukommt. Auf diese Weise entsteht auch Figur 3 aus Figur 2. Da ein Würfel 12 Kanten besitzt, werden für die nächste Figur also jeweils 12 kleine Holzwürfel zusätzlich benötigt.

- A4**
- | | | | | | | | |
|------|---|---|---|----|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| f(x) | 8 | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 | 8 |
- ☐ linear
☒ quadratisch
☐ exponentiell

Bei einer **linearen Funktion** handelt es sich um eine Funktion, die eine gleichbleibende (konstante) Wachstumsrate aufweist. Das bedeutet, dass in regelmäßigen Abständen zum vorherigen Wert derselbe Summand addiert wird.

Das ist bei der zweiten Wertetabelle der Fall:

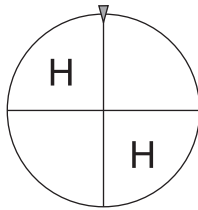
$$0,8 \xrightarrow{+2,4} 3,2 \xrightarrow{+2,4} 5,6 \xrightarrow{+2,4} 8 \dots$$

- | | | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|---|------|------|------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| f(x) | 0,8 | 3,2 | 5,6 | 8 | 10,4 | 12,8 | 15,2 |
- ☒ linear
☐ quadratisch
☐ exponentiell

Bei einer **quadratischen Funktion** handelt es sich um eine Parabel. Der Scheitelpunkt S ist bei dem höchsten oder niedrigsten f(x)-Wert der Funktion. Eine Parabel ist achsensymmetrisch zum Scheitelpunkt. Das bedeutet, dass sich die Funktionswerte ausgehend von dem Scheitelpunkt auf beiden Seiten gleich entwickeln.

Das ist bei der ersten Wertetabelle der Fall: S(3 | -1)

Bei einer **exponentiellen Funktion** werden die Funktionswerte nie null und eine exponentielle Größe wächst in regelmäßigen Abständen immer um denselben Faktor bzw. nimmt um denselben Faktor ab. Daher kann es sich bei den beiden Wertetabelle nicht um eine exponentielle Größe handeln.

A5 Hinweise und Tipps

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $P(H; H)$ ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten für einen Hauptgewinn beider Glücksräder. Die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn beim linken Glücksrad beträgt $\frac{1}{5}$. Es gilt:

$$10\% \triangleq \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$P(H; H) = \frac{1}{5} \cdot p = \frac{1}{10} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn muss beim rechten Glücksrad also $\frac{1}{2}$ betragen. Das bedeutet, dass zwei Felder mit einem „H“ beschriftet werden müssen.

Hinweis:

Es können auch zwei andere Felder mit einem „H“ beschriftet werden.

A6 $12 - 2 \cdot (4 - 2) = 8$

Probiere verschiedene Möglichkeiten.

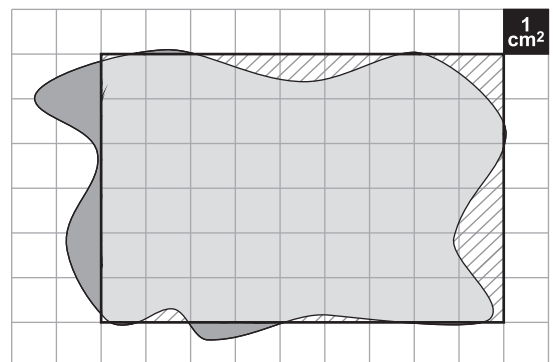
Beachte hierbei die folgende Regel:

Erst wird die Klammer ausgerechnet, dann gilt weiterhin Punkt- vor Strichrechnung!

$$\begin{array}{lll} 12 - 2 \cdot (4 - 2) = 8 & (12 - 2) \cdot 4 - 2 = 8 & 12 - (2 \cdot 4) - 2 = 8 \\ 12 - 2 \cdot 2 = 8 & 10 \cdot 4 - 2 = 8 & 12 - 8 - 2 = 8 \\ 12 - 4 = 8 & 40 - 2 = 8 & 4 - 2 = 8 \\ 8 = 8 (w) & 38 = 8 (f) & 2 = 8 (f) \end{array}$$

A7

- ☐ 41 cm²
☒ 54 cm²
☐ 76 cm²



Zeichne ein Rechteck entlang der Gitterlinien ein, sodass ein möglichst großer Teil der abgebildeten Fläche damit bedeckt ist. Die überstehenden Abschnitte (dunkelgrau) können gedanklich nun in die noch leeren Teile (schraffiert) gelegt werden.

Hieraus ergibt sich, dass der Flächeninhalt der abgebildeten Fläche in etwa dem Flächeninhalt des eingezeichneten Rechtecks entspricht. Somit erhält man für die ungefähre Größe des Flächeninhalts der abgebildeten Fläche:

$$A = a \cdot b$$

$$A = 6 \cdot 9$$

$$A = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Heft 2 – B: Komplexaufgaben

Aufgabe B1: Trigonometrie

(1) a) $\beta = 148^\circ$

b) Berechnung des Winkels α :

$$\alpha = 90^\circ - 24^\circ - 8^\circ$$

$$\alpha = 58^\circ$$

Mithilfe des Tangens gilt:

$$\tan(58^\circ) = \frac{x}{20} \quad | \cdot 20$$

$$x = \tan(58^\circ) \cdot 20$$

$$x = 32,006 \dots$$

$$x \approx 32 \text{ (m)}$$

c) Die Länge der Sichtlinie zwischen der Turmspitze und Ben wird mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnet:

$$s^2 = 20^2 + 32^2 \quad | \cdot \sqrt{}$$

$$s^2 = \sqrt{20^2 + 32^2}$$

$$s = 37,735 \dots$$

$$s \approx 37,74 \text{ (m)}$$

Die Breite des Nord-Ostsee-Kanals wird mithilfe des Sinussatzes berechnet:

$$\frac{37,74}{\sin(8^\circ)} = \frac{x}{\sin(24^\circ)} \quad | \cdot \sin(24^\circ)$$

$$x = \frac{37,74}{\sin(8^\circ)} \cdot \sin(24^\circ)$$

$$x = 110,296 \dots$$

$$x \approx 110,3 \text{ (m)}$$

(2) a) Geschwindigkeit = $\frac{100 \text{ m}}{25 \text{ s}}$

$$\text{Geschwindigkeit} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Umrechnung in } \frac{\text{km}}{\text{h}}:$$

$$4 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 14,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Jasper benötigt den Kosinussatz zur Berechnung des Winkels α .

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

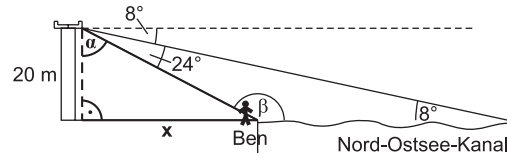
Hinweise und Tipps

Die Innenwinkelsumme eines Dreiecks beträgt immer 180° .

$$24^\circ + 8^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$32^\circ + \beta = 180^\circ \quad | -32^\circ$$

$$\beta = 148^\circ$$



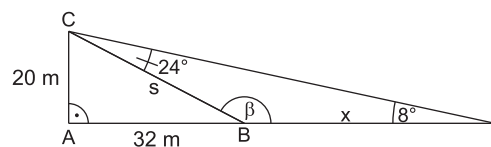
Der Winkel α ergibt zusammen mit den Winkelgrößen 24° und 8° einen rechten Winkel (90°).

Das Dreieck erfüllt durch seinen eingezeichneten rechten Winkel die Bedingungen zur Nutzung einer Winkelfunktion.

Die Höhe des Turms bildet die Ankathete des Winkels α und die Entfernung zwischen Ben und dem Turm, welche gesucht ist, nennt man Gegenkathete.

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Um die gesuchte Länge ($x \triangleq$ Gegenkathete) zu erhalten, muss die Funktion nach x umgestellt werden.



Die Sichtlinie s wird in dem rechtwinkligen Dreieck ABC mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnet.

Um nun die gesuchte Länge x des Kanals zu berechnen wird der Sinussatz angewendet.

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \quad (\text{allgemeine Formel})$$

Der Sinussatz wird anschließend nach x umgestellt und somit die gesuchte Länge berechnet.

Für die Geschwindigkeit gilt:

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Entfernung}}{\text{Zeit}}$$

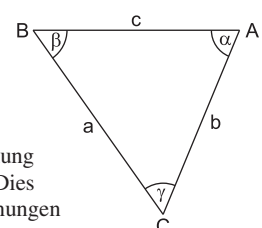
Die Entfernung zwischen A und B beträgt 100 m. Für die Entfernung benötigt ein Schiff 25 Sekunden.

Dadurch erhält man die Geschwindigkeit in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Nutze zur anschließenden Umrechnung der $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ die zusätzliche Information:

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Der Kosinussatz kann in jedem Dreieck angewendet werden, sofern zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben sind oder alle drei Seiten. Ein Winkel kann durch die Umstellung der Formel berechnet werden. Dies könnte Jasper für seine Berechnungen nutzen.





© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK