2026

STARK

Prüfun

MEHR ERFAHREN

Zentrale P

Gymnasium Brandenburg

Mathematik 10. Klas

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Hinweise zu Ablauf und Anforderungen der Prüfung

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Autoren der Lösungen:

Jürgen Gurok: Lösungen zu den Prüfungsaufgaben 2018, 2020, 2022, 2024
Dr. Detlef Launert: Lösungen zu den Prüfungsaufgaben 2019, 2021, 2023, 2025

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

zum Abschluss der 10. Klasse sind Sie verpflichtet, an den **Zentralen Prüfungen am Ende der Jahrgangsstufe 10** teilzunehmen. Das vorliegende Übungsbuch bereitet Sie **optimal auf die Prüfung im Fach Mathematik** vor. Alle für die Prüfung relevanten mathematischen Inhalte können mit den in diesem Buch enthaltenen originalen Prüfungsaufgaben eingeübt und gefestigt werden. Zu diesem Zweck hält das Buch für Sie bereit:

– Zu allen Aufgaben **vollständige, ausführlich kommentierte Lösungen**

– Hilfreiche **Hinweise und Tipps**

– Ausführliches **Stichwortverzeichnis** zum schnellen Auffinden aller wichtigen Fachbegriffe und zur Unterstützung bei der gezielten thematischen Erarbeitung des Prüfungsstoffs

Die Hinweise und Tipps direkt vor den Lösungen einer Aufgabe sollen Ihnen „auf den richtigen Weg“ verhelfen, wenn Sie einmal Probleme mit dem Lösen einer Aufgabe haben. Sie sind ebenso wie zusätzliche Hinweise und Erklärungen in den Lösungen durch **graue Symbole** am Seitenrand gekennzeichnet. Sie sollten aber nur dann auf diese Hinweise zurückgreifen, wenn Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben nicht gelingen sollte.

Den genauen Aufbau der Prüfung 2026 können Sie den Hinweisen zur Zentralen Prüfung auf den Seiten I bis VII entnehmen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes wichtige Änderungen in der Zentralen Prüfung 2026 vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vorne im Buch).

Die Autoren dieses Buches wünschen Ihnen sowohl für die Vorbereitung als auch für die Prüfung viel Erfolg!

Hinweise zur Zentralen Prüfung

Aufbau der Prüfung und zugelassene Hilfsmittel

In der Prüfung müssen Sie innerhalb von **165 Minuten 5 bis 7 Aufgaben** lösen, die jeweils aus mehreren Teilaufgaben bestehen können. Bei allen Aufgaben handelt es sich ausnahmslos um **Pflichtaufgaben**.
Im Aufgabentext ist für jede Teilaufgabe die zu erreichende Punktzahl vermerkt. So erkennen Sie sofort, wie bedeutsam diese Problematik für die Gesamtbewertung ist und welche Komplexität dieser Aufgabenteil hat. Diese Hilfestellung werden Sie auch in Ihrer Prüfung vorfinden.

Die **erste Aufgabe** bestand bis 2020 aus lauter kleinen Einzelaufgaben, die lediglich Grundfertigkeiten abfragten. Seit 2020 besteht sie aus zwei Aufgaben, die sich aus mehreren Teilaufgaben zusammensetzen. Diese können den Anforderungsbereichen I, II oder III zugeordnet werden und nicht ausschließlich dem Anforderungsbereich I wie in den vorigen Jahren. Je Aufgabe werden 5 Bewertungseinheiten vergeben.
Zudem ist die erste Aufgabe seit 2019 **hilfsmittelfrei** zu bearbeiten.
Der hilfsmittelfreie Teil muss spätestens nach **35 Minuten** abgegeben werden.

Eine der restlichen Aufgaben ist eine **innermathematische Aufgabe** mit Schwerpunkt in den Bereichen **Algebra / Funktionen** oder **Trigonometrie**.
Alle weiteren Aufgaben sind Aufgaben mit einem **außermathematischen Kontext**.
Alle Aufgaben sollen direkt auf dem Aufgabenblatt bearbeitet werden.

Für die Mathematikprüfung am Ende des 10. Schuljahres im Land Brandenburg sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:
- Taschenrechner ohne Einschränkung, auch CAS, sofern diese üblicherweise im Unterricht bereits verwendet werden
- die an der Schule zugelassene und von Ihnen benutzte persönliche Formelsammlung
- Kurvenschablonen und Zeichengeräte
- Duden

Das zu benutzende Papier wird für die Prüfung gestempelt und von der Schule gestellt. Eigenes, nicht gestempeltes Papier darf **nicht** benutzt werden, auch nicht als Schmierpapier. Wenn man gegen diese Bestimmungen verstößt, zählt dies als Betrugsversuch und wird entsprechend geahndet.

Fachliche Kompetenzen

Am Ende der 10. Klasse sind folgende Kompetenzen zu beherrschen:

- **Die Fähigkeit zum mathematischen Denken**
  Was ist in einer Aufgabe mathematisch enthalten? Welche mathematischen Konzepte müssen angewendet werden? Welche Grenzen dieser Konzepte sind zu berücksichtigen?
- **Die Fähigkeit zum mathematischen Argumentieren**
  Welche Argumente gibt es für den eingeschlagenen Lösungsweg? Was kann bei dieser Lösung alles passieren oder auch nicht passieren?
- **Die Fähigkeit zum mathematischen Modellieren**
  Das Aufstellen eines mathematischen Modells heißt, das gegebene (oft praktische) Problem in die Sprache der Mathematik zu übersetzen. Dabei entstehen mathematische Strukturen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten bearbeitet werden müssen. Die dabei erzielten Resultate sind dann wieder in die Realität des gestellten Problems „zurückzuübersetzen". Die Übereinstimmung des Modells mit der Realität der Aufgabe muss untersucht werden, eventuelle Grenzen des Modells sollten erkannt werden.
- **Die Fähigkeit, Probleme zu stellen und zu lösen**
  Das Aufstellen mathematischer Probleme stellt in der schriftlichen Prüfung keinen Schwerpunkt dar, dafür aber das Problemlösen. Jeder Schüler sollte in der Lage sein, mithilfe unterschiedlicher Wege eine Lösung zu finden. Bei der Lösungsdarstellung wählt man dann eine möglichst einfache und übersichtliche Variante.
- **Die Fähigkeit, mathematische Darstellungen zu nutzen**
  Jeder Schüler soll verschiedene Formen mathematischer Darstellungen, z. B. grafische Darstellungen, Tabellen, Zeichnungen und Skizzen, interpretieren und mit ihnen umgehen können.
- **Die Fähigkeit des Umganges mit mathematischen Symbolen und der Fachsprache**
  Man muss mit mathematischen Symbolen und Ausdrücken richtig umgehen können, Variablen sind richtig zu benutzen (evtl. selbst Variablen definieren), man besitzt die Fähigkeit zum Lösen von Gleichungen und kann nötige Berechnungen ausführen.
- **Die Fähigkeit zu kommunizieren**
  Jeder Schüler muss in der Lage sein, mündlich und (für die Prüfung bedeutsam) schriftlich in geeigneter Form mathematische Sachverhalte mitzuteilen. Dies hat so zu geschehen, dass auch andere Personen diese dargestellten Inhalte verstehen und nachvollziehen können.
- **Die Fähigkeit zum gezielten Einsatz geeigneter Hilfsmittel**
  Jeder Situation entsprechend müssen geeignete und zulässige Hilfsmittel zum Einsatz kommen. Dabei ist es äußerst wichtig, die Grenzen dieser Hilfsmittel zu kennen und zu beachten (z. B. Taschenrechner).

Zentrale Prüfung 2024 in Mathematik
am Ende der 10. Jahrgangsstufe – Gymnasium Brandenburg

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

Aufgabe 1 BE

Gegeben sind die Punkte A(0|–3) und B(6|0).

a) Der Koordinatenursprung und die Punkte A und B sind Eckpunkte eines Dreiecks.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. 2

b) Die Gerade g geht durch die Punkte A und B.
Parallel zur Gerade g und durch den Punkt S(0|2) verläuft die Gerade h.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Gerade h. 3

5

Aufgabe 2

In der Abbildung ist das Trapez ABCD dargestellt.
Es gilt: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.

- Berechnen Sie den Umfang dieses Trapezes.
- Überprüfen Sie, ob gilt $\cos\beta = \frac{8}{10}$.

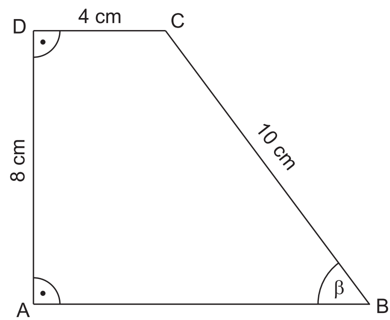


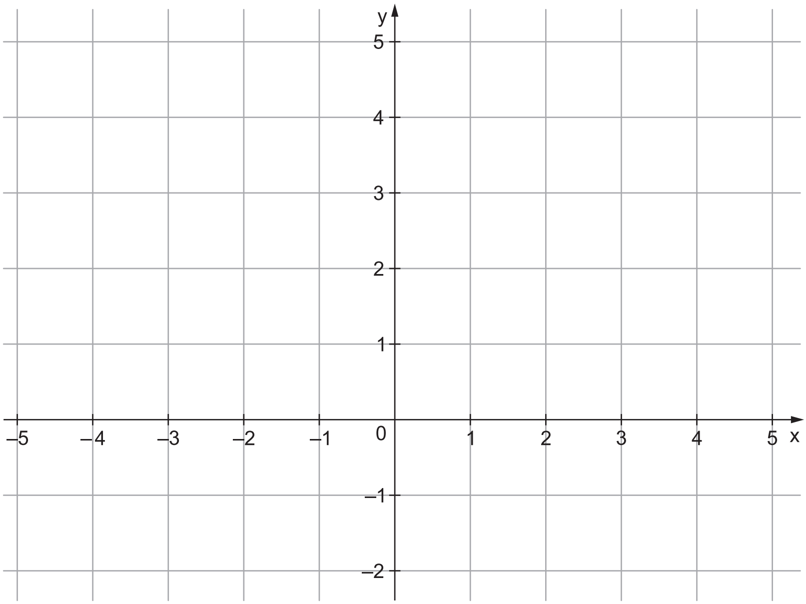
Abbildung nicht maßstabsgerecht **5**

Aufgabe 3: Quadratische Funktionen

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

a) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f. 3

b)
- Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes des Graphen von f mit der y-Achse an.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f mindestens im Intervall [–4; 0] in das Koordinatensystem.



3

c) Die Punkte $A(-3\,|\,0)$, $B(-1\,|\,0)$ und $C(-2\,|\,-1)$ liegen auf dem Graphen der Funktion f. Die Punkte A, B und C sind Eckpunkte eines Dreiecks. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$.
Begründen Sie, dass dieses Dreieck gleichschenklig und rechtwinklig ist. 3

d) Weiterhin ist die quadratische Funktion g mit $g(x) = x^2 + px + q$ mit $p, q \in \mathbb{R}$ gegeben. Die Funktion g hat die Nullstellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$.
Ermitteln Sie die Werte für p und q. 4

13

Hinweise und Tipps

Aufgabe 1

a)

- Zeichnen Sie das Dreieck ΔABO. (O ist der Koordinatenursprung).
- Um welche Art Dreieck handelt es sich? Wie wird dann die Fläche berechnet?

b)

- Fertigen Sie eine Skizze an (Gerade durch A und B, parallele Gerade h durch S).
- Welche Funktionstypen liegen vor?
- Was ist über den Anstieg bekannt? Wie kann man ihn ermitteln? Was ist ein Anstiegsdreieck?
- Wie ermittelt man die Gleichung einer linearen Funktion?
- Was bedeutet es für den Anstieg linearer Funktionen, wenn ihre Graphen parallel zueinander verlaufen?

Aufgabe 2

a)

- Analysieren Sie die gegebene Figur: Was ist gegeben und was ist nicht gegeben?
- Was fehlt, um den Umfang zu berechnen?
- Zerlegen Sie das Trapez in geeignete Teilfiguren.
- Bei der Zerlegung entsteht ein rechtwinkliges Dreieck. Ordnen Sie diesen Seitenlängen entsprechende Größen zu und überlegen Sie, welcher Satz zur Ermittlung der dritten Seite hilfreich ist.

b)

- Welche Zusammenhänge gelten zum Sinus bzw. Kosinus eines Winkels im rechtwinkligen Dreieck?
- Ordnen Sie An- und Gegenkathete richtig zu und prüfen Sie.

Aufgabe 3

- Um welchen Funktionstyp handelt es sich?

a)

- Was ist eine Nullstelle?
- Wie löst man die entsprechenden Gleichungen?
- Wie lässt sich in diesem Zusammenhang die Lösungsformel (p-q-Formel) anwenden?

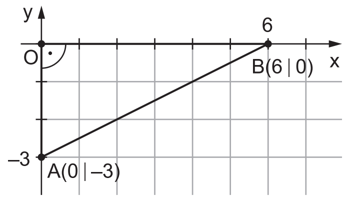
b)

- Welche wichtigen Eigenschaften einer Parabel muss man kennen, um ihren Graphen zu zeichnen?
- Welche Bedeutung hat das gegebene Intervall?
- Was ist die Scheitelpunktsform einer quadratischen Funktion? Wie lassen sich die Koordinaten des Scheitelpunktes berechnen? Nutzen Sie auch das Tafelwerk.

Lösung

1. a) **Flächeninhalt des Dreiecks**

Man zeichnet ein Koordinatensystem und beachtet dabei, dass die x-Achse mindestens bis 6 und die y-Achse bis –3 reicht. Dort werden die gegeben Punkte A und B eingetragen und danach das Dreieck OAB gezeichnet (O: Koordinatenursprung). ΔOAB ist rechtwinklig mit der Hypotenuse $\overline{AB}$. Der Flächeninhalt eines solchen Dreiecks ist das halbe Produkt aus den Katheten (in unserem Fall also $\overline{OA}$ und $\overline{OB}$).



Fläche des Dreiecks ΔOAB:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OB}$$

Die Kathetenlängen ergeben sich aus den Koordinaten der Punkte A und B, also:

$\overline{OA} = 3\text{ LE}$ LE: Längeneinheiten

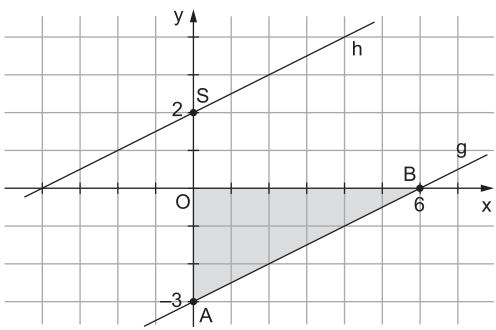
$\overline{OB} = 6\text{ LE}$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6$$

$\underline{\underline{A = 9\text{ FE}}}$ FE: Flächeneinheiten

b) **Gleichung der Gerade h**

Hier liegt eine Aufgabe zum Thema „Lineare Funktionen“ vor. Es ist hilfreich, wenn Sie sich den Sachverhalt durch eine Skizze veranschaulichen. Zeichnen Sie zunächst ein entsprechendes Koordinatensystem, tragen Sie darin die Punkte A, B und S ein und zeichnen Sie anschließend die Gerade g durch die Punkte A und B. Zuletzt zeichnen Sie durch den Punkt S die zu g parallel Gerade h.



Die Geraden g und h sind die Graphen zweier linearer Funktionen, deren allgemeine Gleichung $y = m \cdot x + n$ lautet. Da g und h parallel zueinander sind, haben beide linearen Funktionen denselben Anstieg m, für den allgemein gilt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Das Dreieck OAB kann als Anstiegsdreieck betrachtet werden, dabei ist $\Delta y = \overline{OA}$ und $\Delta x = \overline{OB}$. Das Vorzeichen des Anstieges ist hier positiv, da der Graph von g monoton steigend ist:

$$m = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Die Zahl n in der Gleichung $y = m \cdot x + n$ gibt den Schnitt mit der y-Achse an. Da der Graph von h diese bei $S(0\,|\,2)$ schneidet, ist $n = 2$. Damit lautet die Gleichung der linearen Funktion, deren Graph die Gerade h darstellt:

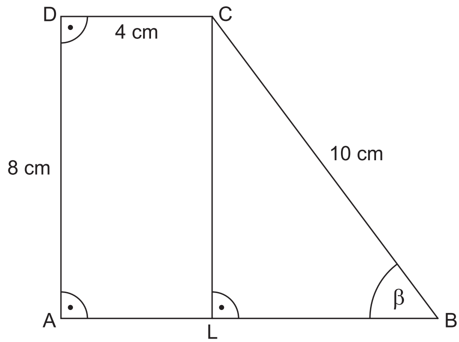
$$h:\ \underline{\underline{y = \frac{1}{2} \cdot x + 2}}$$

2. **Trapez**

Hier handelt es sich um ein geometrisches Problem. Es werden die Kenntnisse des Satzes des Pythagoras vorausgesetzt und im Teil b das Wissen über die Winkelfunktionen in rechtwinkligen Dreiecken.

a) Um den Umfang zu ermitteln, wird noch die Länge von Seite $\overline{AB}$ benötigt, die anderen 3 Seiten sind ja bekannt. Dazu zerlegt man das Trapez in Teilfiguren, die dann berechnet werden können.

Es wird die Parallele zu $\overline{AD}$ durch C gezeichnet (Lotfußpunkt L), dadurch entstehen ein Rechteck ALCD und ein rechtwinkliges Dreieck LBC.



- Im Rechteck ALCD ist die Länge der Strecke $\overline{AL} = 4$ cm und die der Strecke $\overline{LC} = 8$ cm.
- Im Dreieck LBC ist noch die Länge von $\overline{LB}$ zu berechnen. Diese Strecke ist eine Kathete, die Hypotenuse ist $\overline{BC} = 10$ cm, die andere Kathete hat die Länge $\overline{LC} = 8$ cm.

Über den Satz des Pythagoras ergibt sich:

$$\overline{BC}^2 = \overline{LC}^2 + \overline{LB}^2$$

$$\overline{LB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{LC}^2 = (10^2 - 8^2)\ \text{cm}^2 = (100 - 64)\ \text{cm}^2 = 36\ \text{cm}^2$$

$$\overline{LB} = 6\ \text{cm}$$

Somit gilt:

$$\overline{AB} = \overline{AL} + \overline{LB} = 4\ \text{cm} + 6\ \text{cm}$$

$$\overline{AB} = 10\ \text{cm}$$

Damit ergibt sich für den Umfang des Trapezes.

$$u = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 10\ \text{cm} + 10\ \text{cm} + 4\ \text{cm} + 8\ \text{cm}$$

$$\underline{\underline{u = 32\ \text{cm}}}$$

Der Umfang des Trapezes ABCD hat eine Länge von 32 cm.

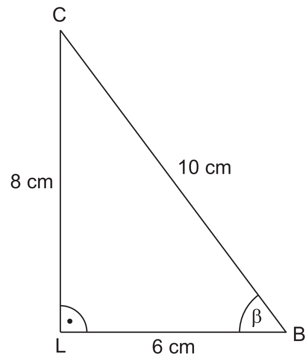
b) Zur Überprüfung von $\cos\beta = \frac{8}{10}$ nutzt man das rechtwinklige Dreieck ΔLBC, in dem

$$\cos\beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

gilt. Dabei ist $\overline{LB} = 6\text{ cm}$ die Ankathete von β und $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ die Hypotenuse.

Damit folgt:

$$\cos\beta = \frac{\overline{LB}}{\overline{BC}} = \frac{6\ \cancel{\text{cm}}}{10\ \cancel{\text{cm}}} = \frac{6}{10}$$



Dies steht im Widerspruch zu der gegebenen Gleichung $\cos\beta = \frac{8}{10}$, somit ist diese Gleichung **falsch**.

Übrigens wäre $\frac{8}{10} = \sin\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$.

3. **Quadratische Funktion $f(x) = x^2 + 4x + 3$**

Es lassen sich beim Lösen der Aufgaben verschiedene Methoden anwenden – entscheiden Sie sich für den von Ihnen bevorzugten Lösungsweg.

a) *Möglichkeit 1:* Anwendung der Lösungsformel (p-q-Formel)

Mit $f(x) = x^2 + px + q$ gilt für die Lösungen x_1 und x_2:

$$x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

In unserem Fall ist $p = 4$ und $q = 3$ (wichtig: auf Vorzeichen achten!). Damit folgt:

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 3} \\ &= -2 \pm \sqrt{1} \\ &= -2 \pm 1 \end{aligned}$$

$\underline{\underline{x_1 = -1}}$ und $\underline{\underline{x_2 = -3}}$

Möglichkeit 2: Quadratische Ergänzung

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$
$$\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2\right) - 2^2 + 3 = 0$$
$$(x+2)^2 - 1 = 0$$

Diese Gleichung lässt sich nun schrittweise umformen:

$$\begin{aligned} (x+2)^2 - 1 &= 0 \quad &&|+1 \\ (x+2)^2 &= 1 &&|\sqrt{\ };\ \text{beachte: } \sqrt{a^2} = |a|! \\ |x+2| &= 1 \end{aligned}$$

$x + 2 = 1$ oder $x + 2 = -1$

$\underline{\underline{x_1 = -1}}$ $\underline{\underline{x_2 = -3}}$

b) **Schnittpunkt mit der y-Achse**
Alle Punkte, die auf der y-Achse liegen, haben den x-Wert null; also setzt man $x=0$ in die Funktionsgleichung $y=x^2+4x+3$ ein:
$y=0+0+3$
$y=3$

Bei der Angabe der Lösung ist darauf zu achten, dass der Schnitt**punkt** gesucht ist, also müssen Sie die vollständigen Punktkoordinaten angeben.

Die Koordinaten des Schnittpunktes mit der y-Achse lauten $\underline{\underline{S(0\,|\,3)}}$.

Graph der Funktion f

Beim Zeichnen des Graphen in das Koordinatensystem sind die Intervallgrenzen zu beachten. Der Graph wird **nicht** über die Grenzen hinaus dargestellt.

Berechnung der Intervallgrenzen:

$$
\begin{aligned}
f(x) &= x^2+4x+3\\
f(-4) &= (-4)^2+4\cdot(-4)+3\\
&= 16-16+3\\
f(-4) &= 3\\
f(0) &= 3
\end{aligned}
$$

Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel. Da hier $f(-4)=f(0)$ gilt, muss aus Symmetriegründen die Symmetrieachse der Parabel bei $x=-2$ liegen; an dieser Stelle liegt dann auch der Scheitelpunkt.

$$
\begin{aligned}
f(-2) &= (-2)^2+4\cdot(-2)+3\\
&= 4-8+3\\
&= -1
\end{aligned}
$$

Koordinaten des Scheitelpunktes: $(-2\,|\,-1)$

Graph: