2026

STARK

Prüfun

MEHR ERFAHREN

Abitur

Niedersachsen

Mathematik eA

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Übungsaufgaben
- ✓ Lernvideos zur GTR/CAS-Nutzung

PDF

Inhaltsverzeichnis

Übungsaufgaben zum Prüfungsteil B

Original-Abituraufgaben

Es liegen alle Aufgaben für CAS und für GTR vollständig vor. Wenn eine Aufgabe für beide Rechnerarten gleich ist, wurde die Lösung für die erstgenannte ausgearbeitet. Bei Unterschieden in der Aufgabenstellung finden Sie die Variante für die eine Rechnertechnologie im Buch und die andere bei MySTARK.

Abiturprüfung 2024

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Bei **MySTARK** finden Sie:
- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Lernvideos** zum Einsatz Ihres GTR bzw. CAS
- **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht
- alle **Original-Prüfungsaufgaben** der Jahre **2022 bis 2025** mit Lösungen, die nicht im Buch abgedruckt sind

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2026 unter:
www.stark-verlag.de

Autor
Josef Rolfs (Hinweise zum Zentralabitur, Übungsaufgaben, Lösungen der Abituraufgaben 2022 bis 2025)

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

mit diesem Buch geben wir Ihnen eine optimale Hilfestellung zur Vorbereitung auf die **Abiturprüfung 2026** im **Erhöhten Anforderungsniveau** in **Niedersachsen**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zum Abitur**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung auf die Abiturklausur hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette, kommentierte Aufstellung der Operatoren für das Abitur, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben. Sie finden dort darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf das Abitur als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Der Band enthält **für das Erhöhte Anforderungsniveau** viele **Übungsaufgaben** zu den **Themen des Abiturs 2026**. Die Aufgaben sind dabei auf den Stil der Prüfungsaufgaben abgestimmt, d. h., in der Abiturprüfung werden auf Sie in Umfang, Form und Schwierigkeitsgrad vergleichbare Fragestellungen zukommen.
- Zusätzlich finden Sie in diesem Band die **Original-Abituraufgaben 2022 bis 2025**. Damit können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Zu sämtlichen Aufgaben im Buch wurden von uns **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem erhalten Sie zusätzliches Übungsmaterial **online bei MySTARK**:
  - **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil
  - **Lernvideos** zum Einsatz Ihres GTR bzw. CAS
  - **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht
  - **Original-Abituraufgaben** der Jahre **2022 bis 2025**, die nicht im Buch abgedruckt sind

  Die Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg bei der Abiturvorbereitung und bei Ihrer Prüfung!

Josef Rolfs

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

1 Ablauf der schriftlichen Abiturprüfung

1.1 Die zentrale schriftliche Prüfung

Die Abiturprüfung besteht aus zwei Teilen: dem **Prüfungsteil A**, der ohne elektronische Hilfsmittel und ohne Formelsammlung zu bearbeiten ist, und dem **Prüfungsteil B**, der mithilfe der unten angeführten Hilfsmittel bearbeitet werden kann.
Manche Aufgaben aus Prüfungsteil A und Prüfungsteil B werden länderübergreifend gestellt.

1.2 Aufbau der Prüfungsaufgaben

Im **Prüfungsteil A** müssen insgesamt **sechs Aufgaben** aus den drei Sachgebieten Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie bearbeitet werden. Die Aufgaben werden in die Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2 unterteilt.
Die Aufgabengruppe 1 enthält Aufgaben aus den Anforderungsbereichen I und II. Den Schülerinnen und Schülern werden zwei Aufgaben aus der Analysis, eine aus der Stochastik und eine aus der Analytischen Geometrie vorgelegt, die alle vier bearbeitet werden müssen.
Die Aufgabengruppe 2 enthält Aufgaben aus den Anforderungsbereichen I und II, wobei mindestens eine Teilaufgabe auch den Anforderungsbereich III erreicht. Die Schülerinnen und Schüler erhalten zu jedem der drei Sachgebiete jeweils zwei Aufgaben, aus denen sie insgesamt zwei auswählen, die sie bearbeiten.
Die Aufgaben des Prüfungsteils A sind mit jeweils 5 Bewertungseinheiten gleichgewichtet. Insgesamt können hier also 30 Bewertungseinheiten erreicht werden.
Im **Prüfungsteil B** werden den Schülerinnen und Schülern je zwei Aufgaben aus der Analysis, aus der Stochastik und aus der Analytischen Geometrie vorgelegt. Sie müssen aus jedem der drei Bereiche jeweils eine Aufgabe auswählen und bearbeiten.
In Analysis können 30 Bewertungseinheiten erreicht werden, in der Stochastik und der Analytischen Geometrie jeweils 20. Die Aufgaben des Prüfungsteils B ergeben daher insgesamt 70 Bewertungseinheiten.

1.3 Dauer der Prüfung

Die Arbeitszeit beträgt **330 Minuten**. Zu Beginn der Prüfung werden sowohl die Aufgaben des Prüfungsteils A als auch des Prüfungsteils B ausgeteilt. Die Schülerinnen und Schüler entscheiden selbst, wann sie den Prüfungsteil A abgeben. Dies muss spätestens nach 110 Minuten erfolgen. Anschließend erhalten sie die zugelassenen Hilfsmittel.

1.4 Verwendung von Hilfsmitteln im Prüfungsteil B

Von den lokalen Fachkonferenzen wird zu Beginn der Einführungsphase festgesetzt, welche der beiden Technologiekategorien in den jeweiligen Prüfungsgruppen verwendet werden. Diese Entscheidung legt eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe fest und kann nicht mehr verändert werden. Zur Auswahl stehen:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem Tablet, PC oder Notebook (CAS)

Alle Prüflinge einer Prüfungsgruppe verwenden dasselbe Rechnermodell mit demselben Betriebssystem.
In der Abiturprüfung sollen die Schülerinnen und Schüler die **Rechnertechnologie** einsetzen und den sinnvollen Gebrauch dieser Technologie nachweisen. Dabei gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in einen vergleichbaren Zustand zu versetzen. Eigene Programme und Dateien sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete erlaubt; auf PCs sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme oder weitere Dateien zulässig.

Weiter sind zur Abiturprüfung das auf den Seiten des IQB veröffentlichte „Dokument mit mathematischen Formeln“ und **Handbücher** der Rechner zugelassen.

2 Die Inhalte der Einführungs- und Qualifikationsphase

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung sind die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (BS, 2012) und das Kerncurriculum Mathematik (KC, 2018). Außerdem werden durch die „Hinweise zur schriftlichen Abiturprüfung 2026“ weitere Angaben gemacht.
Im Folgenden werden die verbindlichen Inhalte für die Einführungs- und Qualifikationsphase aufgeführt, da diese für das Abitur relevant sind. Wir beschränken uns hier auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen, denn diese sind fachbezogen und legen fest, über welches Wissen Sie im jeweiligen Inhaltsbereich verfügen sollen.

2.1 Analysis

Einführungsphase

Elementare Funktionenlehre

- Funktionsbegriff
- Potenzfunktionen (auch Wurzelfunktionen)
- Sinus- und Kosinusfunktion
- Exponentialfunktionen
- $y = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$ mit Auswirkungen auf den Graphen
- Parametervariationen
- ganzrationale Funktionen
- Nullstellen (Linearfaktorzerlegung)
- Grenzwerte, Symmetrien, asymptotisches Verhalten
- Umkehrfunktionen: Definitions- und Wertemenge, Zusammenhang zwischen Graph einer Funktion und der zugehörigen Umkehrfunktion

Ableitungen

- mittlere Änderungsrate-Sekantensteigung-Sekante
- lokale Änderungsrate-Tangentensteigung-Tangente
- Ableitung als Grenzwert der Sekantensteigungen
- Ableitungsfunktion
- Tangenten- und Normalengleichung
- Zusammenhang Funktion – Ableitungsfunktion
- Monotonie und Extrempunkte
- Krümmung und Wendepunkte
- Ableitungsfunktionen zu $f(x) = x^n$ $(n \in \mathbb{Z}^{\neq 0})$, $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$
- Summen, Faktor- und Potenzregel
- notwendige und hinreichende Kriterien für Extrem- und Wendepunkte
- Ableitung ganzrationaler Funktionen
- Lösen von Sachproblemen mit Ableitungen
- Lösen linearer Gleichungssysteme

Qualifikationsphase

Differentialrechnung

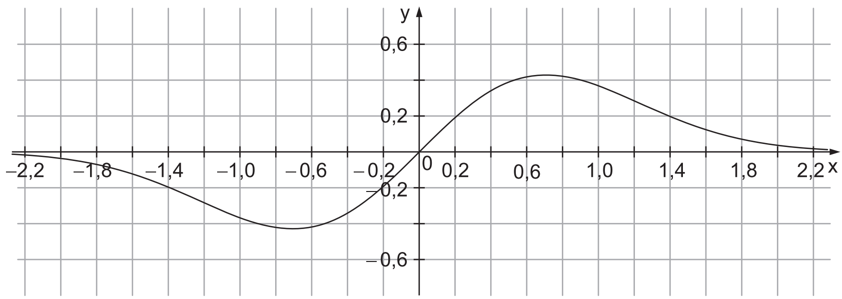
- Gauß-Algorithmus
- ganzrationale Funktionen bestimmen
- Produkt- und Kettenregel
- abschnittsweise definierte Funktionen
- Stetigkeit und Differenzierbarkeit bei abschnittsweise definierten Funktionen
- Funktionenscharen

Integralrechnung

- Rekonstruktion aus Änderungsraten
- Integral als Grenzwert
- Stammfunktionen zu $f(x) = x^n$ $(n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1; 0\})$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$

Analysis

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$ mit $x \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Verlauf des Graphen von f.

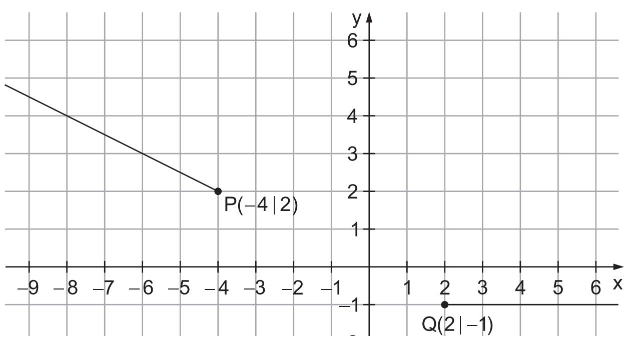


a) Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Graph von f symmetrisch zum Koordinatenursprung ist.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Hochpunktes der Kurve.

c) Der Graph von f, die x-Achse und die Gerade mit $x = a$ $(a > 0)$ begrenzen ein Flächenstück.
Bestimmen Sie diejenige Zahl a, für die diese Fläche die Maßzahl $\frac{1}{4}$ aufweist.

2. Die beiden Halbgeraden des Schaubildes sollen durch den Graphen einer Polynomfunktion g möglichst geringen Grades verbunden werden. Die Übergänge sollen dabei glatt und krümmungsruckfrei sein.
Erläutern Sie die von Ihnen gemachten Forderungen und den daraus folgenden Ansatz. g(x) soll nicht bestimmt werden.

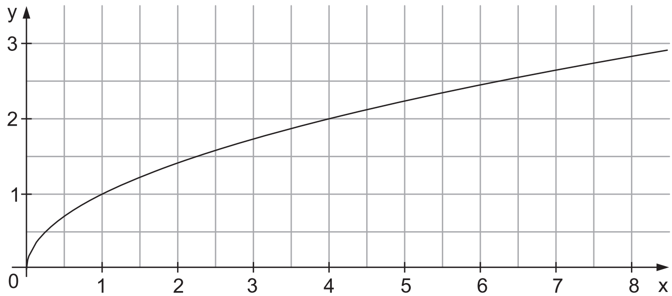


3. Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$.

a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge $\mathbb{D}_f$.

b) Untersuchen Sie, für welche $a \in \mathbb{R}$ die Gerade mit $y = a$ mit dem Graphen von f genau zwei Schnittpunkte hat.

4. Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x}$ mit $x \geq 0$.



a) Zeigen Sie, dass nur an der Stelle $x = \frac{1}{2}$ Ableitung und Funktionswert übereinstimmen.

b) Untersuchen Sie für $x > 0$, ob es auf dem Graphen von f einen Punkt P gibt, sodass die Tangente durch den Punkt $S(0\,|\,1)$ verläuft.

c) Bestimmen Sie die Maßzahl der Fläche, die die y-Achse, die Gerade mit $y = 1$ und der Graph von f begrenzen.

5. Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{3}e^x + 2$.

a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge D(f) und die Wertemenge W(f) an und begründen Sie, dass f umkehrbar ist.

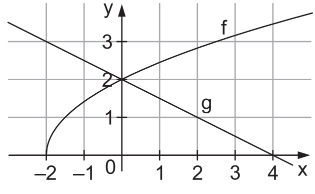
b) Bestimmen Sie den Term $f^{-1}(x)$ der Umkehrfunktion und geben Sie $D(f^{-1})$ an. Skizzieren Sie beide Graphen in einem Koordinatensystem.

c) Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden mit der Steigung –1, die auf beiden Graphen senkrecht steht.

6. Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{2x + 4}$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

a) Zeigen Sie, dass durch $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+4}}$ die Ableitung von f(x) gegeben ist.

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente und die Gleichung der Normale im Punkt $P(0\,|\,2)$ des Graphen von f.



c) Gegeben ist die Funktion h_a mit $h_a(x) = \sqrt{a \cdot x + 4}$ und $a > 0$.
Bestimmen Sie einen Wert für a so, dass die Gerade g die Normale im Punkt $P(0|2)$ des Graphen von h_a ist.

7. Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$.

a) Zeigen Sie, dass f über $D = \mathbb{R}^{\geq 1}$ umkehrbar ist.

b) Bestimmen Sie diejenigen Punkte, die sowohl auf dem Graphen von f als auch auf dem Graphen von f^{-1} liegen.

c) Die Graphen der Funktionen f und f^{-1} begrenzen ein Flächenstück.
Skizzieren Sie es und berechnen Sie seine Maßzahl.

Stochastik

8. In einer Urne befinden sich 1 blaue, 4 rote und 5 grüne Kugeln.

a) Aus der Urne wird ohne Zurücklegen 3-mal gezogen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
A: Es werden genau 2 rote Kugeln gezogen.
B: Es werden eine blaue, eine rote und eine grüne Kugel gezogen.
C: Es wird 3-mal dieselbe Farbe gezogen.

b) Es wird nun 8-mal ohne Zurücklegen gezogen.
Geben Sie einen Term für die Wahrscheinlichkeit p einer beliebigen Zugfolge an, die auf das Ergebnis „eine blaue, 3 rote und 4 grüne Kugeln werden gezogen" führt.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses:
D: Es werden eine blaue, 3 rote und 4 grüne Kugeln gezogen.

9. Es wird mit einem Würfel geworfen, der durch Bleieinschlüsse manipuliert wurde. Die Wahrscheinlichkeit p für die Augenzahl 6 wurde dadurch erhöht, die übrigen fünf Augenzahlen sind aber gleich wahrscheinlich.

a) Der Würfel wird nun zweimal geworfen.
Ermitteln Sie für den Fall, dass $p = \frac{1}{4}$ ist, die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
A: Man erhält die Augensumme 12.
B: Man erhält die Augensumme 2.
Stellen Sie einen Term auf, mit dem das folgende Ereignis berechnet werden kann:
C: Man erhält mindestens die Augensumme 10.

b) Beim dreifachen Würfeln beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine 6 gewürfelt wird, genau 93,6 %.
Ermitteln Sie für diesen Fall p.

Lösungsvorschlag zum Prüfungsteil A

1. a) Der Graph von f ist symmetrisch zum Koordinatenursprung, denn es gilt:

$f(-x) = -x \cdot e^{-(-x)^2} = -x \cdot e^{-x^2} = -f(x)$

b) Notwendige Bedingung für relative Extrema:

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 \;&\Leftrightarrow\; 1 \cdot e^{-x^2} - 2x \cdot x \cdot e^{-x^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow\; (1-2x^2) \cdot e^{-x^2} = 0 \qquad \text{da } e^{-x^2} \neq 0 \\ &\Leftrightarrow\; x^2 = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow\; x = \frac{1}{\sqrt{2}} \vee x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Anhand des Graphen erkennt man, dass nur $\frac{1}{\sqrt{2}}$ eine relative Maximumstelle ist. Durch Einsetzen in f(x) erhält man:

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot e}}$$

Die Koordinaten des Hochpunktes sind $H\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \,\middle|\, \frac{1}{\sqrt{2 \cdot e}}\right)$.

c) Es soll gelten:

$$\begin{aligned} \int_0^a f(x)\,dx = \frac{1}{4} \;&\Leftrightarrow\; \left[-\frac{1}{2}e^{-x^2}\right]_0^a = \frac{1}{4} \\ &\Leftrightarrow\; -\frac{1}{2}e^{-a^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ &\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}e^{-a^2} = \frac{1}{4} \\ &\Leftrightarrow\; e^{-a^2} = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow\; -a^2 = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow\; a^2 = \ln(2) \\ &\Leftrightarrow\; a = \sqrt{\ln(2)} \qquad \text{da } a > 0 \end{aligned}$$

2. Da die Übergangskurve in $P(-4\,|\,2)$ und $Q(2\,|\,-1)$ an die vorgegebenen Halbgeraden anschließen soll, muss für die Funktion g der Übergangskurve gelten:

$g(-4) = 2$ und $g(2) = -1$ (Diese Bedingungen sorgen für die Stetigkeit.)

Da die Übergangskurve in P und Q glatt anschließen soll, muss sie in P bzw. Q dieselbe Steigung besitzen wie die entsprechende Halbgerade. Es muss also für die Funktion g zusätzlich gelten:

$g'(-4) = -0{,}5$ und $g'(2) = 0$ (Diese Bedingungen sorgen für die Differenzierbarkeit.)

Da die Übergangskurve in P und Q krümmungsruckfrei anschließen soll, muss sie in P bzw. Q dieselbe Krümmung besitzen wie die entsprechende Halbgerade. Da beide Halbgeraden die Krümmung 0 besitzen, muss also zusätzlich gelten:

$g''(-4) = 0$ und $g''(2) = 0$ (Diese Bedingungen sorgen für die zweimalige Differenzierbarkeit.)

Wegen dieser 6 notwendigen Bedingungen benötigt man einen Ansatz mit 6 Formvariablen, also ein Polynom 5. Grades:

$g(x) = a \cdot x^5 + b \cdot x^4 + c \cdot x^3 + d \cdot x^2 + e \cdot x + f$

3. a) Damit f(x) definiert ist, muss gelten:

$$\begin{aligned} & -x^2 + 6x - 8 \geq 0 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 - 6x + 8 \leq 0 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 - 6x + 9 \leq -8 + 9 \\ \Leftrightarrow \quad & (x-3)^2 \leq 1 \\ \Leftrightarrow \quad & |x-3| \leq 1 \\ \Leftrightarrow \quad & x - 3 \geq -1 \ \wedge \ x - 3 \leq 1 \\ \Leftrightarrow \quad & x \geq 2 \ \wedge \ x \leq 4 \\ \Leftrightarrow \quad & 2 \leq x \leq 4 \end{aligned}$$

$\mathbb{D}_f = [2; 4]$

b) Untersuchung auf Schnittstellen:

$$\begin{aligned} & f(x) = a \\ \Leftrightarrow \quad & \sqrt{-x^2 + 6x - 8} = a \\ \underset{a \geq 0}{\Leftrightarrow} \quad & -x^2 + 6x - 8 = a^2 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 - 6x + 9 = -a^2 + 1 \\ \Leftrightarrow \quad & (x-3)^2 = -a^2 + 1 \end{aligned}$$

Für $a < 0$ gibt es keine Schnittstelle.

Damit es zwei Schnittstellen gibt, muss gelten:

$-a^2 + 1 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad a^2 < 1 \quad \underset{(a \geq 0)}{\Leftrightarrow} \quad 0 \leq a < 1$

Für alle $a \in [0; 1[$ besitzen die Kurve und die Gerade genau zwei Schnittpunkte.

4. a) $f'(x) = f(x) \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} \quad \underset{x > 0}{\Leftrightarrow} \quad \dfrac{1}{2} = x$

Damit ist $x = \frac{1}{2}$ die einzige Stelle, an der Ableitung und Funktionswert übereinstimmen.

b) Eine Gerade, die durch $S(0|1)$ und $P(x_0|f(x_0))$ verläuft, besitzt den y-Achsenabschnitt 1 und hat die Steigung $\frac{f(x_0) - 1}{x_0}$. Ihre Gleichung hat also die Form $y = \frac{f(x_0) - 1}{x_0} \cdot x + 1$.

Prüfungsteil B – Aufgabe 2 A (CAS/GTR)

Ein Institut für Ernährungsforschung untersucht die Essgewohnheiten von in Deutschland lebenden Personen einer bestimmten Altersgruppe. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass sich 30 % der Personen der betrachteten Gruppe häufig von Fertiggerichten ernähren.

Punkte

a) Es werden 500 Personen der betrachteten Gruppe zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich mindestens ein Viertel dieser Personen häufig von Fertiggerichten ernährt. 3

b) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term

$$1-\sum_{k=55}^{200}\binom{200}{k}\cdot 0{,}3^{k}\cdot 0{,}7^{200-k}$$

berechnet werden kann.
Geben Sie dieses Ereignis an. 4

Neben der Ernährung durch Fertiggerichte wird auch der Verzehr von Zucker untersucht. Der Anteil der Personen der betrachteten Gruppe, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren und zu viel Zucker verzehren, beträgt 24 %. Der Anteil der Personen, die zu viel Zucker verzehren, ist unter denjenigen, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren, doppelt so groß wie unter denjenigen, die sich nicht häufig von Fertiggerichten ernähren. Aus der betrachteten Gruppe wird eine Person zufällig ausgewählt. Untersucht werden folgende Ereignisse:

F: „Die Person ernährt sich häufig von Fertiggerichten."
Z: „Die Person verzehrt zu viel Zucker."

c) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person zu viel Zucker verzehrt und sich nicht häufig von Fertiggerichten ernährt, 28 % beträgt. 4

d) Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

Das Institut untersucht den Anteil p der Personen der betrachteten Gruppe, die einen bestimmten zuckerfreien Müsliriegel gegenüber einem vergleichbaren zuckerhaltigen Müsliriegel bevorzugen.

e) Aufgrund früherer Untersuchungen wird von einem Anteil p von 35 % ausgegangen. Bei einer Umfrage unter 200 Personen der betrachteten Gruppe gaben 86 Personen an, den zuckerfreien Müsliriegel zu bevorzugen. Abgebildet sind die Graphen der für $p \in [0;1]$ definierten Funktionen

$f: p \mapsto p - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{200}}$ und

$g: p \mapsto p + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{200}}$.

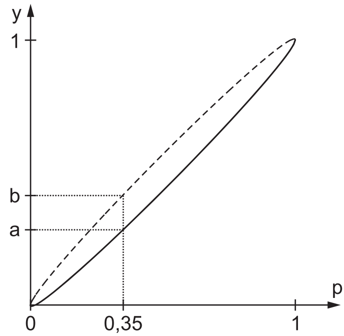


Abbildung 1

Geben Sie die Werte von a und b an.
Interpretieren Sie das Ergebnis der Umfrage im Hinblick auf die Bedeutung des Intervalls $a \le y \le b$ (vgl. Abbildung 1). 4

Nach der Durchführung einer Werbemaßnahme für den zuckerfreien Müsliriegel möchte das Institut Anhaltspunkte darüber gewinnen, wie groß der Anteil p inzwischen ist. In der betrachteten Gruppe wurden daraufhin n Personen befragt. Die Auswertung ergab, dass etwa 61 % der befragten Personen den zuckerfreien Riegel bevorzugen. Das zugehörige 95 %-Konfidenzintervall, dessen Ränder mit den Gleichungen

$h = p_{max} - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p_{max} \cdot (1 - p_{max})}{n}}$ und $h = p_{min} + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p_{min} \cdot (1 - p_{min})}{n}}$

ermittelt werden, besitzt eine Länge, die kleiner als 0,1 ist.

f) Zeigen Sie, dass der kleinstmögliche Wert von n zwischen 300 und 400 liegt. 7

25

TIPP Lösungshinweise zum Prüfungsteil B – Aufgabe 2 A (CAS/GTR)

Teilaufgabe a

Bestimmen der Wahrscheinlichkeit

Betrachten Sie die Zufallsgröße X: Anzahl der Personen, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren.

X ist binomialverteilt mit $n = 500$ und $p = 0{,}3$.

„Übersetzen" Sie die Angaben und nutzen Sie die **binomCdf**-Funktion des Rechners.

Teilaufgabe b

Beschreiben eines Zufallsexperiments

Der Sachzusammenhang soll sich nicht ändern.

Es hat sich nur eine Bestimmungsgröße geändert.

Geben Sie dieses Zufallsexperiment genau an.

Angeben des Ereignisses

Überlegen Sie, was der Summenterm bedeutet.

Insgesamt wird ein Gegenereignis beschrieben.

Beschreiben Sie auch hier das Ereignis genau.

Teilaufgabe c

Nachweisen der Wahrscheinlichkeit

Entnehmen Sie dem Text die gegebenen Wahrscheinlichkeiten.

Es werden zwei bedingte Wahrscheinlichkeiten miteinander verglichen.

Ermitteln Sie zunächst $P_F(Z)$ und daraus $P_{\overline{F}}(Z)$.

Damit können Sie $P(\overline{F} \cap Z)$ bestimmen.

Teilaufgabe d

Darstellen in einer Vierfeldertafel

Tragen Sie die Vorgaben und die Resultate aus c in die Vierfeldertafel ein.

Die fehlenden Werte ergeben sich durch Addieren oder Subtrahieren.

Teilaufgabe e

Angeben der Werte von a und b

Berechnen Sie für die Funktionen f und g die Werte an der Stelle 0,35.

Nutzen Sie dazu den Rechner.

Lösungsvorschlag zum Prüfungsteil B – Aufgabe 2 A (CAS/GTR)

a) Bestimmen der Wahrscheinlichkeit:
X: Anzahl der Personen, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren.
X ist binomialverteilt mit $n=500$ und $p=0{,}3$.
Ein Viertel von 500 sind:

$$500\cdot\frac{1}{4}=125$$

$$P(X\geq 125)=\sum_{k=125}^{500}\binom{500}{k}\cdot 0{,}3^k\cdot 0{,}7^{500-k}$$

binomCdf(500,0.3,125,500)	0.994237

$$\underset{\text{CAS}}{=}\ 0{,}9942\ldots\approx 99\,\%$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 99 %.

b) Beschreiben eines Zufallsexperiments:
Zufallsexperiment: 200 Personen der betrachteten Gruppe werden zufällig ausgewählt.

Angeben des Ereignisses:
Ereignis: Weniger als 55 Personen ernähren sich häufig von Fertiggerichten.

c) Nachweisen der Wahrscheinlichkeit:
Vorgegeben sind:
$P(F)=30\,\%=0{,}3 \quad\Rightarrow\quad P(\overline{F})=70\,\%=0{,}7$
$P(Z\cap F)=24\,\%$

$$P_F(Z)=2\cdot P_{\overline{F}}(Z)\quad\Leftrightarrow\quad P_{\overline{F}}(Z)=\frac{1}{2}\cdot P_F(Z)$$

Es gilt:

$$P_F(Z)=\frac{P(Z\cap F)}{P(F)}=\frac{0{,}24}{0{,}3}=0{,}8\quad\Rightarrow\quad P_{\overline{F}}(Z)=\frac{1}{2}\cdot 0{,}8=0{,}4$$

Gesucht ist:

$$P(\overline{F}\cap Z)=P(\overline{F})\cdot P_{\overline{F}}(Z)=0{,}7\cdot 0{,}4=0{,}28=28\,\%$$

d) Darstellen in einer Vierfeldertafel:

	F	$\overline{F}$	
Z	24 %	28 %	52 %
$\overline{Z}$	6 %	42 %	48 %
	30 %	70 %	100 %