2026

STARK Prüfung

MEHR ERFAHREN

MSA

Hamburg

Mathematik

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben
- ✓ Basiswissen mit Übungen
- ✓ Formelsammlung
- ✓ Interaktives Training

PDF

Inhalt

Abschlussprüfungen

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden. Den Zugangscode zu MySTARK findest du vorne im Buch.

Auf **MySTARK** findest du:
- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** zu ausgewählten Themen
- **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht

Den Zugangscode zu MySTARK findest du vorne im Buch.

Autorinnen und Autoren des Trainingsteils:
Peter Stählin, Christoph Borr, Jörg Collenburg, Doris Cremer, Olaf Klärner, Kerstin Lenz, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich in Mathematik auf die Prüfung zum **mittleren Schulabschluss** vorbereiten.

In Hamburg wird der mittlere Schulabschluss nach erfolgreicher Teilnahme an einer mündlichen und schriftlichen Abschlussprüfung vergeben. Die Aufgaben der schriftlichen Prüfung werden zentral für alle Schulen in Hamburg von der Behörde für Schule und Berufsbildung erstellt. Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig. Denn es geht nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben in der Prüfung bauen auf einem breiten Grundlagenwissen auf. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- Daher beginnen wir in diesem Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten **Themen der 5. bis 9. Klasse** so kurz wie möglich **wiederholt**, die Kapitel 2 bis 11 behandeln intensiv **sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse**. Insgesamt findest du über **180 Aufgaben**, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst. Grundlage der schriftlichen Prüfung ist der Bildungsplan Mathematik.
  Zu einigen Themen, mit denen erfahrungsgemäß viele Lernende Schwierigkeiten haben, gibt es **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch befindet sich ein QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet gescannt werden kann.
- Wenn die einzelnen Themen „sitzen", du die Aufgaben also lösen kannst, geht es weiter mit den **Original-Abschlussprüfungen 2021 bis 2025**. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet.
  In der Prüfung hast du 155 Minuten Zeit. Wenn du beim Üben anfangs die Aufgaben innerhalb dieser Zeit nicht schaffst, solltest du die Abschlussprüfungen in Abständen wiederholen, bis du sicher bist und die Aufgaben richtig und in der vorgesehenen Zeit löst. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.

Zu allen Aufgaben des Trainingsteils und zu den Original-Aufgaben der Abschlussprüfungen gibt es **ausführliche Lösungen** in einem **separaten Buch** (Bestell-Nr. N02100L), die jeden Rechenschritt genau erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.
Zuerst solltest du selbst die Lösung finden und dann mit dem Buch vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet. Du wirst sehen: Übung macht den Meister!

3 Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

3.1 Quadratische Funktionen

Merke

Quadratische Funktionen

Funktionen mit der Funktionsgleichung **f: $y = ax^2 + bx + c$** (wobei $a \neq 0$ und $a, b, c \in \mathbb{R}$) heißen wegen des quadratischen Terms ax^2 **quadratische Funktionen**.

Die einfachste Form einer quadratischen Funktion erhält man für $a = 1$, $b = 0$ und $c = 0$.

Die quadratische Funktion f: $y = x^2$

Merke

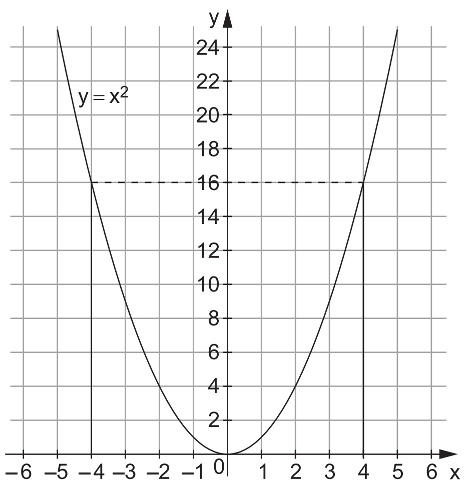
Die quadratische Funktion f: $y = x^2$

Der Graph der quadratischen Funktion f: $y = x^2$ ist die **Normalparabel**.
Die Normalparabel besitzt den **Scheitelpunkt S(0|0)** im Koordinatenursprung und als **Symmetrieachse** die **y-Achse**.

Wertetabelle

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Die Normalparabel fällt bis zum Scheitelpunkt S(0|0) und steigt danach.

Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt des Graphen.

Quadratische Funktionen der Form f: $y = ax^2$

Merke

Quadratische Funktionen der Form f: $y = ax^2$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = ax^2$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ durch **Multiplikation mit dem Faktor a**.
- Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem **Scheitelpunkt S(0|0)**, die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < -1$) oder **Stauchung** ($-1 < a < 1$) der Normalparabel entstehen. Für negative a ($a < 0$) ist der gestreckte bzw. gestauchte Graph der Normalparabel zusätzlich an der **x-Achse gespiegelt**.
- Für $a > 0$ ist die Parabel **nach oben geöffnet** und der Scheitelpunkt der **tiefste** Punkt des Graphen. Für $a < 0$ ist die Parabel **nach unten geöffnet** und der Scheitelpunkt der **höchste** Punkt des Graphen.

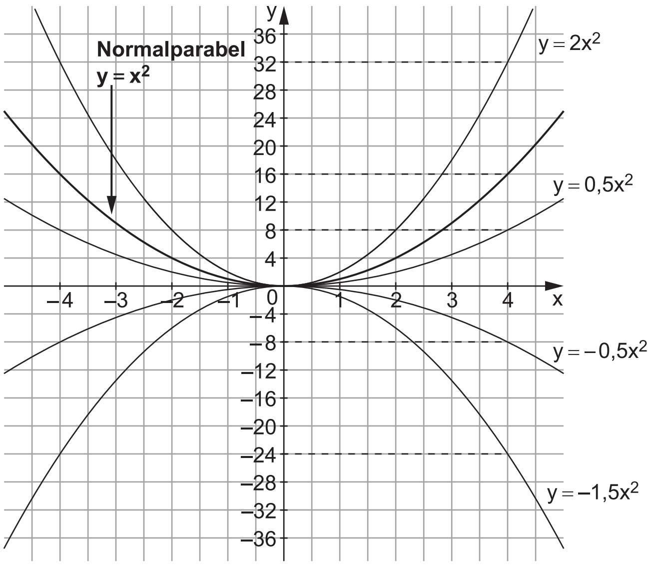
Beispiele

a) f: $y = x^2$ mit $a = \mathbf{1}$
b) f_1: $y = \mathbf{0{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{0{,}5}$
c) f_2: $y = \mathbf{2}x^2$ mit $a = \mathbf{2}$
d) f_3: $y = \mathbf{-0{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{-0{,}5}$
e) f_4: $y = \mathbf{-1{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{-1{,}5}$

Wertetabelle

	x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	**a** · f
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	**1** · f
f_1	y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	**0,5** · f
f_2	y	32	18	8	2	0	2	8	18	32	**2** · f
f_3	y	–8	–4,5	–2	–0,5	0	–0,5	–2	–4,5	–8	**–0,5** · f
f_4	y	–24	–13,5	–6	–1,5	0	–1,5	–6	–13,5	–24	**–1,5** · f

Graphen



Vergleiche die Funktionswerte von f_1, f_2, f_3 und f_4 mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

Aufgaben

73 Bestimme den Faktor a so, dass der Graph der Funktion $y = ax^2$ durch den Punkt
a) P(2|–2) b) Q(–5|12,5) c) A(–2,5|–18,75) d) B(2|–4)
verläuft.

74 Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitelpunkt S(0|0). Form und Öffnung der Parabeln hängen jedoch vom Wert des Faktors a ab.
Fülle die Tabelle aus.

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$			
$a = 1$			
$0 < a < 1$			
$-1 < a < 0$			
$a = -1$			
$a < -1$			

75 Für den Bremsweg s eines Autos auf trockener Straße in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt die Faustregel $s = a \cdot v^2$ (s in m und v in $\frac{km}{h}$).
Für $v = 90\,\frac{km}{h}$ ergibt sich $s = 81$ m.

a) Bestimme den Faktor a in der Faustregel.
b) Berechne die Bremswege für die Geschwindigkeiten $50\,\frac{km}{h}$, $60\,\frac{km}{h}$, $80\,\frac{km}{h}$, $100\,\frac{km}{h}$ und $130\,\frac{km}{h}$.
c) Zeichne den Bremsweg s in Abhängigkeit von v für den Bereich $0\,\frac{km}{h} \le v \le 150\,\frac{km}{h}$.
(x-Achse: 1 cm $\triangleq$ 20 $\frac{km}{h}$; y-Achse: 1 cm $\triangleq$ 20 m)

Quadratische Funktionen der Form f: $y = x^2 + t$

Merke

Quadratische Funktionen der Form f: $y = x^2 + t$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = x^2 + t$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ jeweils **durch Addition von t**.
- Die Graphen der Funktionen $y = x^2 + t$ sind Parabeln mit dem **Scheitelpunkt S(0 | t)**, die durch **Verschiebung** der Normalparabel **längs der y-Achse um t (LE)** entstehen.
- Für $t > 0$ hat der Graph von $y = x^2 + t$ keinen Schnittpunkt mit der x-Achse; es gibt also **keine Nullstellen**.
- Für $t = 0$ berührt der Graph von $y = x^2$ die x-Achse und es gibt genau **eine Nullstelle** für $x = 0$.
- Für $t < 0$ schneidet der Graph von $y = x^2 + t$ die x-Achse genau zweimal, d. h., es gibt genau **zwei Nullstellen**.

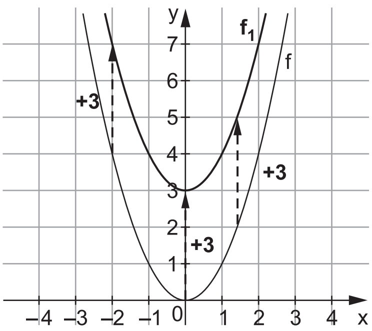
Beispiele

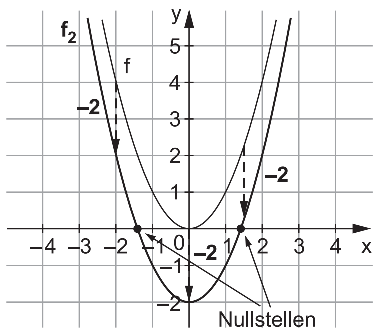
a) f: $y = x^2$ mit $t = \mathbf{0}$
b) f_1: $y = x^2 \mathbf{+ 3}$ mit $t = \mathbf{3}$
c) f_2: $y = x^2 \mathbf{- 2}$ mit $t = \mathbf{-2}$

Wertetabelle

	x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	t	
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	**+3**	**–2**
f_1	y	19	12	7	4	3	4	7	12	19	↓	↓
f_2	y	14	7	2	–1	–2	–1	2	7	14		↓

Graphen



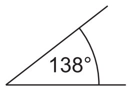
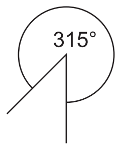
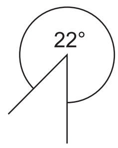
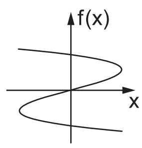
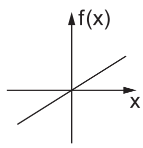
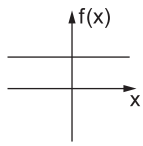
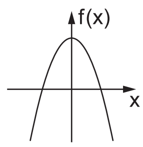


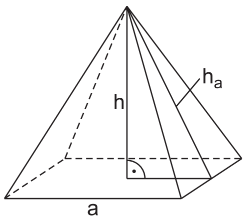
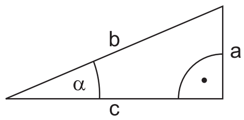
Vergleiche die Funktionswerte von f_1 und f_2 mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

Aufgabe I – Hilfsmittelfreier Teil

20 Punkte

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig.
Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“.
Eine Begründung wird nicht verlangt.

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	Die Differenz der Zahlen 75 und 3 beträgt	225	78	72	25	
b)	Richtig dargestellt wurde die Größe des Winkels					
c)	$0{,}12 =$	0,12 %	1,2 %	12 %	120 %	
d)	$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} =$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{11}{15}$	
e)	Der Durchmesser einer 2-Euro-Münze beträgt etwa	2,6 mm	10 mm	2,6 cm	10 cm	
f)	$-1{,}5 : 0{,}05 =$	30	$-0{,}3$	-3	-30	
g)	In jeder Raute	gibt es vier spitze Winkel	stehen die Diagonalen senkrecht zueinander	sind genau zwei Seiten gleich lang	beträgt die Summe der Innenwinkel 180°	
h)	$(-48-52)\cdot(12-8)=$	-400	-16	16	400	
i)	24 Milliarden =	$24 \cdot 10^{10}$	$2{,}4 \cdot 10^{10}$	$2{,}4^{10}$	$24 \cdot 10^{-10}$	
j)	$\frac{x-7}{10} = 0$ Die Lösung dieser Gleichung ist $x =$	-7	-3	3	7	
k)	<u>Keine</u> Funktion beschreibt der Graph					
l)	Die Gerade g mit der Gleichung $g(x) = -2x + 6$	hat die Steigung $m = 2$	enthält den Punkt $P(-3 \mid 12)$	schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 6$	schneidet die y-Achse an der Stelle $y = -2$	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
m)	I $16x - 10y = 52$ II $8x - 5y = 26$ Für dieses Gleichungssystem gibt es	unendlich viele Lösungen	genau zwei Lösungen	genau eine Lösung	keine Lösung	
n)	Von 30 Jugendlichen besuchen 18 regelmäßig ein Sportstudio. Das entspricht einer relativen Häufigkeit von	60 %	40 %	30	18	
o)	Lukas denkt sich eine Zahl a, addiert 7 und multipliziert das Ergebnis mit 7. Dazu passt der Term	$a + 7 \cdot 7$	$(a+7) \cdot 7$	$7 \cdot a + 7$	$7 + a - 7$	
p)	Ein normaler Spielwürfel wird dreimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einmal die 6 fällt, beträgt	$\left(\frac{1}{6}\right)^3$	$3 \cdot \frac{1}{6}$	$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$	$1 - \frac{5}{6} \cdot 3$	
q)	 In dieser quadratischen Pyramide gilt: $h =$	$\sqrt{h_a + a}$	$\sqrt{h_a - \frac{a}{2}}$	$\sqrt{h_a^2 + a^2}$	$\sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$	
r)	 In diesem Dreieck gilt: $\alpha =$	$\sin^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$	$\sin^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$	$\cos^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$	$\cos^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$	
s)	$16a^2 - 24ab + 9b^2 =$	$40ab + 9b$	$(4a+3b)^2$	$(4a-3b)^2$	$4a - 3b$	
t)	Das Volumen V einer Kugel lässt sich mit der Formel $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ berechnen. Es gilt $r =$	$\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$	$\sqrt[3]{\frac{4 \cdot \pi}{3 \cdot V}}$	$\sqrt[3]{\frac{3 \cdot \pi}{4 \cdot V}}$	$\sqrt[3]{\frac{4 \cdot \pi \cdot V}{3}}$	

2. In Abbildung 1 sind in einem Koordinatensystem die Punkte A, B und A' eingetragen.

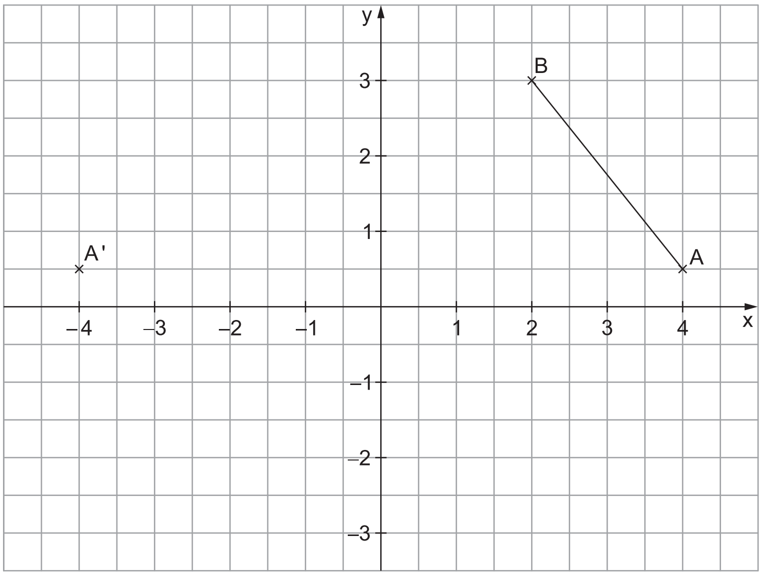


Abbildung 1

1 Punkt a) **Gib** die Koordinaten von A' **an**.

1 Punkt b) Punkt B wird an der y-Achse gespiegelt, sodass B' entsteht.
Zeichne den Punkt B' in das Koordinatensystem.

1 Punkt c) **Nenne** die genaue mathematische Bezeichnung für das Viereck ABB'A'.

Aufgabe IV – Leitidee Daten und Zufall

Lebensmittel sind kein Müll

5 Punkte

a) In Deutschland werden jährlich etwa 10,9 Millionen Tonnen essbare Lebensmittel weggeworfen. 59 % der Lebensmittelverschwendung geschieht in privaten Haushalten.

- **Berechne** die Menge an essbaren Lebensmitteln, die jährlich in privaten Haushalten weggeworfen werden.
- **Bestätige** rechnerisch, dass der Anteil dieser Lebensmittelverschwendung in privaten Haushalten im Kreisdiagramm einem Winkel von etwa 212° entspricht.
- **Zeichne** den Anteil ins Kreisdiagramm (siehe Abbildung 1).

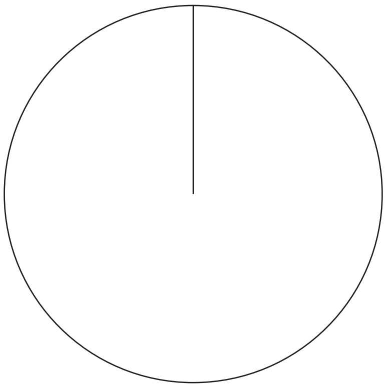


Abbildung 1

Auch in einer Schulmensa wird viel Essen weggeworfen. Um zu ermitteln, wie viel es ist, wird das übriggebliebene Essen auf den Tellern gewogen.

2 Punkte

b) In der Tabelle 1 sind die Restmengen von fünf Jugendlichen eingetragen.

	Mert	**Kiara**	**Lea**	**Elijah**	**Lara**
Restmenge	32 g	125 g	0 g	58 g	204 g

Tabelle 1

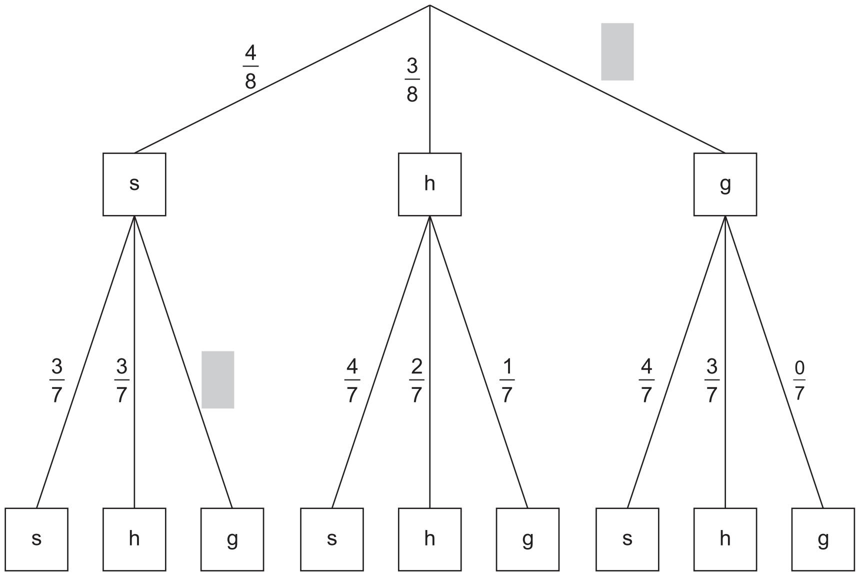
- **Gib** die Spannweite der Ergebnisse **an**.
- **Nenne** den Median (Zentralwert).

3 Punkte

c) Im Rahmen einer Studie wurde ermittelt, dass in Schulmensen im Durchschnitt 78 g Essen auf den Tellern übrigbleibt.
Vergleiche den Wert mit der durchschnittlichen Restmenge der fünf Jugendlichen.

Mert und Lea benutzen eine App, mit der man übriggebliebene Lebensmittel günstig kaufen kann. Eine Bäckerei verkauft 8 Tüten und unterscheidet 3 verschiedene Sorten: 4 Tüten sind „süß“ (s), 3 Tüten sind „herzhaft“ (h) und 1 Tüte ist „gemischt“ (g). Die Tüten werden per Zufall ausgegeben. Von den 8 Tüten kaufen Mert und Lea jeweils eine Tüte.

3 Punkte d) Das Baumdiagramm in Abbildung 2 stellt die Wahrscheinlichkeiten zu der zufälligen Ausgabe der Tütensorten unvollständig dar.



- **Gib** in Abbildung 2 jeweils die fehlende Wahrscheinlichkeit in den leeren grauen Feldern **an**.
- **Interpretiere** die Bedeutung der Wahrscheinlichkeit $\frac{0}{7}$ in Abbildung 2 im Sachzusammenhang.

Mert und Lea kaufen jeweils eine Tüte.

7 Punkte e)
- **Berechne** die Wahrscheinlichkeit in Prozent dafür, dass beide eine Tüte der gleichen Sorte bekommen.
- **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einer von beiden eine Tüte „süß“ erhält.

2 Punkte f) Mert und Lea haben beide keine Tüte „süß“ bekommen.
Lea behauptet, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, als nächstes eine Tüte „süß“ zu bekommen, nun mehr als 20 % höher sei als beim Kauf der ersten Tüte.
Beurteile, ob Lea recht hat.