

2024

Realschulabschluss

Original-Prüfungsausschuss

**MEHR
ERFAHREN**

Thüringen

Mathematik

- + *Lernvideos*
- + *Ausführliche Lösungen*
- + *Hinweise und Tipps*



STARK

Inhalt

Hinweise
Lernvideos

Abschlussprüfungsaufgaben

Abschlussprüfung 2018

Pflichtaufgaben 1–8	2018-1
Wahlaufgabe 9: Geometrie	2018-4
Wahlaufgabe 10: Stochastik	2018-5
Wahlaufgabe 11: Funktionen	2018-5
Wahlaufgabe 12: Arithmetik/Algebra	2018-6
Lösungen	2018-7

Abschlussprüfung 2019

Pflichtaufgaben 1–8	2019-1
Wahlaufgabe 9: Funktionen	2019-6
Wahlaufgabe 10: Stochastik	2019-6
Wahlaufgabe 11: Arithmetik/Algebra	2019-7
Wahlaufgabe 12: Geometrie	2019-8
Lösungen	2019-9

Abschlussprüfung 2020

Pflichtaufgaben 1–7	2020-1
Wahlaufgabe 8: Geometrie	2020-5
Wahlaufgabe 9: Funktionen	2020-6
Wahlaufgabe 10: Stochastik	2020-7
Wahlaufgabe 11: Arithmetik/Algebra	2020-7
Lösungen	2020-8

Abschlussprüfung 2021

Pflichtaufgaben 1–8	2021-1
Wahlaufgabe 9: Geometrie	2021-4
Wahlaufgabe 10: Funktionen	2021-5
Wahlaufgabe 11: Stochastik	2021-6
Wahlaufgabe 12: Arithmetik/Algebra	2021-7
Lösungen	2021-8

Fortsetzung siehe nächste Seite

Abschlussprüfung 2022

Pflichtaufgaben 1–8	2022-1
Wahlaufgabe 9: Arithmetik/Algebra	2022-5
Wahlaufgabe 10: Stochastik	2022-5
Wahlaufgabe 11: Geometrie	2022-6
Wahlaufgabe 12: Funktionen	2022-7
Lösungen	2022-8

Abschlussprüfung 2023 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).



Bei **MyStark** findest du:

- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** zu prüfungsrelevanten Themen
- **Jahrgang 2023**, sobald dieser zum Download bereit steht

Deinen Zugangscode zu MyStark findest du auf der Umschlaginnenseite.

Hinweise

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

die **Prüfungsaufgaben** im Fach Mathematik werden in Thüringen zentral vom Kultusministerium gestellt. Die Aufgaben unterteilen sich in einen Pflicht- und einen Wahlteil. Die **Pflichtaufgaben** müssen alle Schülerinnen und Schüler lösen. Von den vier **Wahlaufgaben** wählst du zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Die **Verteilung der Bewertungseinheiten (BE)** bzw. der Punkte für die jeweilige Aufgabe steht immer am Ende des Textes. Bis zum Jahrgang 2018 gab es für die Pflichtaufgaben insgesamt 24 Punkte und für die Wahlaufgaben insgesamt 12 Punkte. Seit dem Jahrgang 2019 gibt es für die Pflichtaufgaben (inkl. Arbeitsblatt) insgesamt 40 BE und für die Wahlaufgaben insgesamt 20 BE.

Seit 2019 ist das **Arbeitsblatt** fester Bestandteil der Pflichtaufgaben. Es besteht aus mehreren kurzen Aufgaben aus verschiedenen Themengebieten. Insgesamt können auf dem Arbeitsblatt 10 BE erzielt werden.

Die **Arbeitszeit** beträgt insgesamt 180 Minuten. Als Hilfsmittel sind eine Formelsammlung und ein Taschenrechner, der weder programmierbar noch grafikfähig ist, zugelassen.

Direkt vor der Lösung jeder einzelnen Aufgabe findest du **Lösungshinweise** und **Tipps**. Diese helfen dir, selbst zum Ziel zu kommen und zunächst die Lösung **selbstständig** zu rechnen. Fällt dir die Lösung also nicht sofort ein, lies zunächst die Hinweise und Tipps und versuche es danach noch einmal!

Die **Lösungswege** zu den einzelnen Aufgaben sind **ausführlich und schülergerecht** beschrieben, d. h. für alle nachvollziehbar. Bei jeder Aufgabe wird *mindestens ein* gängiger Lösungsweg vorgestellt. Alternativen sind jederzeit möglich. Besonderer Wert wurde auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen, z. B. Skizzen, gelegt.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschlussprüfung 2024 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu auf der **Plattform MyStark** (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Der Autor und der Stark Verlag wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!

Realschulabschluss 2021 Mathematik (Thüringen)
Pflichtaufgaben

Pflichtaufgabe 1

Lösen Sie die Aufgaben a) bis e) auf dem Arbeitsblatt.

(10 BE)

Arbeitsblatt

a) Lösen Sie die Gleichung.

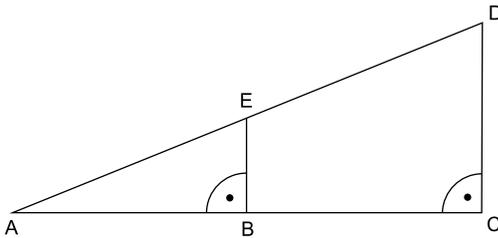
$$2x + 5 = 6x - 11$$

(2 BE)

b) Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ACD.

Es gilt: $\overline{AB} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$ und $\overline{BE} = 2 \text{ cm}$.

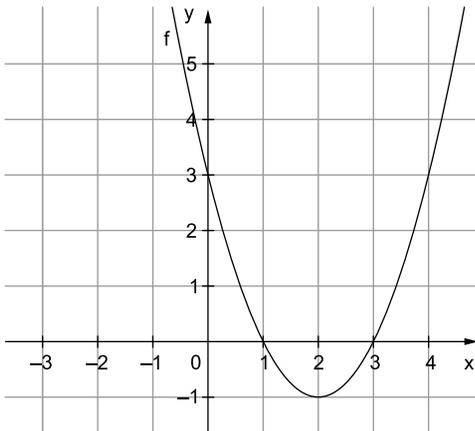
(2 BE)



Skizze nicht maßstäblich

c) Kreuzen Sie die zum Graphen passende Funktionsgleichung an ($x \in \mathbb{R}$).

(1 BE)



$y = f(x) = x^4$

$y = f(x) = x^2 - 4x + 3$

$y = f(x) = -2x + 3$

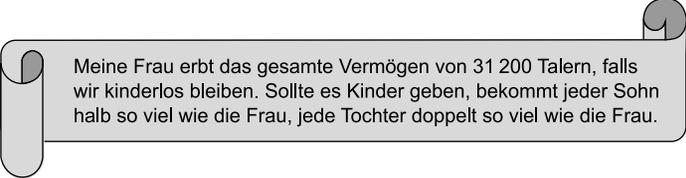
Wahlaufgabe 12 – Arithmetik/Algebra

12.1 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem ($x, y \in \mathbb{R}$). (4 BE)

I $y - 5 = 3x$

II $y = -\frac{1}{2}x + 1,5$

12.2 Ein reicher Goldschmied im Mittelalter schrieb in sein Testament:



Meine Frau erbt das gesamte Vermögen von 31 200 Talern, falls wir kinderlos bleiben. Sollte es Kinder geben, bekommt jeder Sohn halb so viel wie die Frau, jede Tochter doppelt so viel wie die Frau.

Als der Goldschmied starb, blieb die Frau mit drei Söhnen und zwei Töchtern zurück.

Berechnen Sie die Höhe des Erbes für die Frau, für einen Sohn und für eine Tochter.

(4 BE)

12.3 Der Marktwert eines jungen professionellen Fußballspielers wird mit 4 580 € angenommen. Bei den erfolgreichsten Fußballspielern verdoppelt sich dieser Marktwert nach jedem Jahr.

Ein international bekannter Fußballspieler hat langjährig erfolgreich bei seinem Verein gespielt und gilt damit als einer der teuersten Spieler der Welt.

Berechnen Sie den Marktwert dieses Fußballspielers nach 15 Jahren.

(2 BE)

Realschulabschluss 2021 Mathematik (Thüringen)
Lösungen Pflichtaufgaben

Pflichtaufgabe 1

a) Lösen der Gleichung

- ▧ Forme so um, dass x auf einer Seite und der Zahlenwert auf der anderen Seite der Gleichung steht.

Lösung:

$$\begin{array}{r|l} 2x + 5 = 6x - 11 & | -6x \\ 2x - 6x + 5 = -11 & | -5 \\ 2x - 6x = -11 - 5 & | \text{Zusammenfassen} \\ -4x = -16 & | :(-4) \\ \mathbf{x = 4} & \end{array}$$

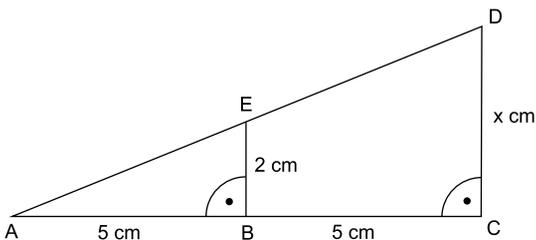
Die Lösung der Gleichung lautet $x = 4$.

b) Ermitteln des Flächeninhaltes des Dreiecks ACD

- ▧ Es handelt sich um ein rechtwinkliges Dreieck.
- ▧ Fertige zunächst eine Skizze an und beschrifte die gegebenen Stücke oder ergänze die Abbildung in der Aufgabenstellung.
- ▧ Mithilfe des 2. Teils des Strahlensatzes kannst du die Länge der Strecke \overline{CD} bestimmen.
- ▧ Mit der Flächeninhaltsformel für rechtwinklige Dreiecke berechnest du den Flächeninhalt.

Lösung:

Skizze:



Berechnung der Strecke $x = \overline{CD}$ mithilfe des 2. Teils des Strahlensatzes:

$$\begin{aligned}\frac{\overline{AB}}{\overline{BE}} &= \frac{\overline{AC}}{x} && | \cdot x \\ \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}} \cdot x &= \overline{AC} && | \cdot \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \\ x &= \overline{AC} \cdot \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \\ x &= (5 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) \cdot \frac{2 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \\ x &= 4 \text{ cm}\end{aligned}$$

Berechnung des Flächeninhaltes:

$$A_{\Delta} = \frac{a \cdot b}{2} \quad (a, b: \text{Katheten})$$

$$A_{\Delta} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{CD}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{(5 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) \cdot 4 \text{ cm}}{2}$$

$$A_{\Delta} = 20 \text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt des Dreiecks ACD beträgt 20 cm^2 .

c) Ankreuzen der zum Graphen passenden Funktionsgleichung

- /// An der Parabel erkennst du, dass es sich um eine quadratische Funktion handelt.
- /// Durch das Ausschlussverfahren lässt sich die passende Funktionsgleichung finden.

Lösung:

Der dargestellte Graph ist eine Parabel.

Die Gleichung $y = f(x) = -2x + 3$ entfällt, da es eine lineare Funktionsgleichung ist. Der dazugehörige Graph ist eine Gerade.

Die Gleichung $y = f(x) = x^4$ ist eine Potenzfunktion 4. Grades. Der Scheitelpunkt dieser Funktion muss im Koordinatenursprung liegen. Somit entfällt auch diese Gleichung.

Die passende Funktionsgleichung kann nur $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ sein.

Ankreuzen: $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$

d) Einzeichnen des Graphen der Funktion $y = h(x)$

- /// Überlege zunächst, zu welchem Funktionstyp die Gleichung gehört.
- /// Mithilfe der Eigenschaften der Funktion kannst du den Graphen zeichnen.
- /// Alternativ kannst du eine Wertetabelle anfertigen.

Lösung:

Bei $y = h(x) = -x^2 + 3$ handelt es sich um die Gleichung einer quadratischen Funktion. Der dazugehörige Graph ist eine nach unten geöffnete Normalparabel, deren Scheitelpunkt um 3 LE in positive y-Richtung verschoben ist.

Summenregel:

$$P(E_2) = \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{13} + \frac{7}{14} \cdot \frac{5}{13}$$

$$P(E_2) = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{13} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{13}$$

$$P(E_2) = \frac{5}{26} + \frac{5}{26}$$

$$P(E_2) = \frac{10}{26}$$

$$P(E_2) = \frac{5}{13} \approx 0,38 = 38 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Tulpe weiß und die andere violett blüht, beträgt $\frac{5}{13}$ bzw. 0,38 bzw. 38 %.

Wahlaufgabe 12 – Arithmetik/Algebra

12.1 Lösen des Gleichungssystems

- /// Es bietet sich hier das rechnerische Einsetzungsverfahren an.
- /// Setze den Wert der Gleichung II für y in Gleichung I ein und berechne den Wert x.
- /// Setze den berechneten Wert für x nun in Gleichung I ein und du erhältst den Wert für y.
- /// Alternativ kannst du das Gleichungssystem auch grafisch lösen.

Lösung:

$$\text{I} \quad y - 5 = 3x$$

$$\text{II} \quad y = -\frac{1}{2}x + 1,5$$

II in I einsetzen:

$$\begin{array}{r|l} -\frac{1}{2}x + 1,5 - 5 = 3x & +\frac{1}{2}x \\ -3,5 = 3,5x & |:3,5 \\ \mathbf{x = -1} & \end{array}$$

Berechnung des y-Wertes:

x = -1 in I einsetzen:

$$\begin{array}{r|l} y - 5 = 3 \cdot (-1) & +5 \\ y = -3 + 5 & \\ \mathbf{y = 2} & \end{array}$$

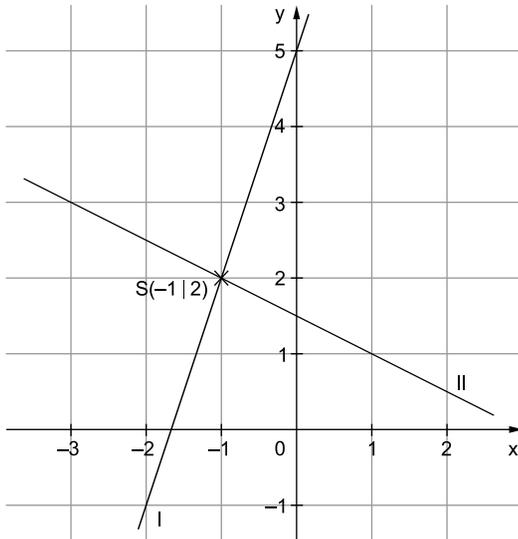
Die Lösung des Gleichungssystems lautet x = -1 und y = 2.

Alternative grafische Lösung:

Stelle beide Gleichungen als Graphen linearer Funktionsgleichungen im Koordinatensystem dar.

$$\begin{array}{l} \text{I } y - 5 = 3x \quad | +5 \\ \quad y = 3x + 5 \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \text{Anstieg} \quad \text{y-Achsenabschnitt} \\ \text{II } y = -\frac{1}{2}x + 1,5 \end{array}$$

Darstellung:



Der Schnittpunkt S gibt die Lösung des Gleichungssystems an. Das Gleichungssystem hat die Lösung $x = -1$ und $y = 2$.

12.2 Berechnen der Höhe des Erbes für die Frau, für einen Sohn und eine Tochter

- Stelle zur Übersicht die Erbverteilung in einer Tabelle dar.
- Stelle daraus mit den Anteilen für die Frau, die Söhne und die Töchter eine Gleichung auf.
- Durch das Lösen erhältst du den Anteil der Frau. Berechne dann das Erbe eines Sohnes und einer Tochter.

Lösung:

Tabelle:

Vermögen (Taler)	Frau	3 Söhne	2 Töchter
31 200	x	je $\frac{1}{2}x$	je 2x

Gleichung:

$$31\,200 = x + 3 \cdot \frac{1}{2}x + 2 \cdot 2x$$

$$31\,200 = x + \frac{3}{2}x + 4x$$

$$31\,200 = \frac{13}{2}x \quad | \cdot \frac{2}{13}$$

$$x = 4\,800$$

Die Frau erbt **4 800 Taler**.

Ein Sohn erbt $\frac{1}{2} \cdot 4\,800$ Taler = **2 400 Taler**.

Eine Tochter erbt $2 \cdot 4\,800$ Taler = **9 600 Taler**.

12.3 Berechnen des Marktwertes des Fußballers nach 15 Jahren

- Es handelt sich bei dem Wachstum um exponentielles Wachstum mit dem Wachstumsfaktor 2.
- Mit der Gleichung für Wachstum kannst du nun den Marktwert des Fußballspielers nach 15 Jahren berechnen.

Lösung:

gegeben: Anfangswert $W_0 = 4\,580$ €
jährliche Verdopplung $q = 2$
Anzahl der Jahre $n = 15$

gesucht: Marktwert W_{15} des Fußballers nach 15 Jahren

Formel für Wachstum:

$$W_{15} = W_0 \cdot q^n$$

$$W_{15} = 4\,580 \text{ €} \cdot 2^{15}$$

$$W_{15} = \mathbf{150\,077\,440 \text{ €}}$$

Der Fußballer hat nach 15 Jahren einen Marktwert von 150 077 440 €.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK