2024

FOS · BOS 13

Abitur-Prüfun
mit Lösungen

MEHR ERFAHREN

Bayern

Mathematik N

PDF

STARK

Inhaltsverzeichnis

Original-Abituraufgaben

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Musterprüfungen zum Abitur ab 2020 (online)

Digitales zu diesem Buch

Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil** lösen Sie online Aufgaben. Am besten gleich ausprobieren!

Den Zugangscode dazu finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Sitzen alle mathematischen Begriffe?
Unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein **kostenloses Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Weitere STARK-Angebote zur Vorbereitung auf das Fachabitur

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2024 unter:
www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Sollten nach Erscheinen dieses Buches noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2024 (Nichttechnische Ausbildungsrichtungen) vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultur bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

Sie haben zwei lehrreiche Jahre an der BOS oder ein zusätzliches 13. Schuljahr an der FOS absolviert und werden eine schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik ablegen. Bei der Vorbereitung darauf wird Ihnen dieses Buch eine gute Hilfe sein.

Mit dem Abitur 2020 haben sich die Struktur und die Inhalte der Prüfung geändert. Die Aufgaben bis 2019 eignen sich daher nur bedingt zur Vorbereitung.

- Mit dem Buch erhalten Sie die **offiziellen schriftlichen Abituraufgaben** für die nichttechnischen Ausbildungsrichtungen der letzten Jahre.
- Ferner finden Sie im Buch einen **Übungsteil**, der Aufgaben zu neuen Lehrplaninhalten sowie besonders kompetenzorientierte Fragestellungen enthält.
- Um Ihnen weitere Übungsmöglichkeiten auf die neuen Abiturprüfung zu geben, erhalten Sie zudem online auf MyStark zwei **Musterprüfungen**.
- Das **Stichwortverzeichnis** erlaubt Ihnen die gezielte Suche nach bestimmten Begriffen und Inhalten.

Allen prüfungsrelevanten Aufgaben folgen **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie zusätzliche **Lösungshinweise**, die Ihnen das eigenständige Lösen der Aufgaben erleichtern. Die angeführten Lösungen sind dabei als **möglicher, aber keineswegs einziger Weg** zum Erreichen des Ergebnisses zu sehen.

Das Ziel der Arbeit mit dem Buch besteht darin, dass Sie die Problemstellungen weitgehend selbstständig bearbeiten können und die dargestellten Lösungen nur noch zur Kontrolle Ihrer eigenen Ergebnisse nutzen. Wenn Sie dieses Ziel erreicht haben, sind Sie gut auf die bevorstehende Prüfung vorbereitet.

Darüber hinaus können Sie dieses Buch **unterrichtsbegleitend** bei der systematischen Vorbereitung auf schriftliche Leistungsnachweise einsetzen, da Ihr Fachlehrer oder Ihre Fachlehrerin hier auch immer die Abiturprüfung im Blick haben wird.

Die Autoren und der Verlag wünschen Ihnen für Ihre Prüfungen viel Erfolg!

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

1 Aufgabe der Beruflichen Oberschule

In der Beruflichen Oberschule sind die Fachoberschule (FOS) und die Berufsoberschule (BOS) zusammengefasst.

Ziel der Berufsoberschule (BOS) ist es, Schülerinnen und Schüler mit einem mittleren Schulabschluss und einer Berufsausbildung innerhalb von zwei Schuljahren (Jahrgangsstufen 12 und 13) in den Ausbildungsrichtungen Technik; Wirtschaft und Verwaltung; Sozialwesen; Agrarwirtschaft, Bio- und Umwelttechnologie; Gesundheit (Schulversuch) bzw. Internationale Wirtschaft (Schulversuch) zur fachgebundenen Hochschulreife (nur Englisch als Fremdsprache) oder auch zur allgemeinen Hochschulreife (mit einer zweiten Fremdsprache) zu führen. Die Schülerinnen und Schüler der Berufsoberschule können nach der 12. Jahrgangsstufe an der Fachabiturprüfung zum Erwerb der Fachhochschulreife teilnehmen und mit diesem Abschluss die Schule verlassen. Dies wurde durch eine Abstimmung der Lehrpläne und Stundentafeln für die Fachoberschule (11. und 12. Jahrgangsstufe) und die Berufsoberschule (12. Jahrgangsstufe) ermöglicht.

Ziel der Fachoberschule (FOS) ist es, Schülerinnen und Schüler mit einem mittleren Schulabschluss innerhalb von zwei Schuljahren (Jahrgangsstufen 11 und 12) in den Ausbildungsrichtungen Technik; Agrarwirtschaft, Bio- und Umwelttechnologie; Wirtschaft und Verwaltung; Sozialwesen; Gestaltung; Gesundheit (Schulversuch) bzw. Internationale Wirtschaft (Schulversuch) zur Fachhochschulreife zu führen. Im Anschluss daran können Schülerinnen und Schüler, die im Zeugnis der Fachhochschulreife einen bestimmten Notendurchschnitt erreicht haben, die 13. Jahrgangsstufe der Fachoberschule besuchen. Stundentafeln, Lehrpläne, Abiturprüfungen und die möglichen Abschlüsse (fachgebundene bzw. allgemeine Hochschulreife) stimmen mit denen der Berufsoberschule überein.

2.1 Aufbau und Auswahl der Prüfungsaufgaben

Die Aufgaben werden einheitlich vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus gestellt. Die Prüfungsstruktur ist identisch mit der der Fachabiturprüfung am Ende der 12. Jahrgangsstufe. Die Prüfung ist in zwei Teile gegliedert:

- Teil 1: Die Bearbeitung erfolgt ohne Verwendung von Hilfsmitteln.
  Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Teil 2: Die Bearbeitung erfolgt unter Verwendung von Hilfsmitteln (siehe Abschnitt 2.3). Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

Zwischen den beiden Prüfungsteilen ist eine Pause von 30 Minuten.

Jeder Teil setzt sich aus den beiden Aufgabengruppen A (Analysis) und G (Lineare Algebra/Analytische Geometrie) zusammen.

In Teil 2 gibt es für jede Aufgabengruppe zwei Varianten (AI und AII bzw. GI und GII). Die Auswahl jeweils einer Variante trifft die Schule; die Schülerinnen und Schüler haben keine Wahlmöglichkeit.

In Teil 1 wird zentral nur eine Variante gestellt.[1]

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist am Ende der Bearbeitungszeit mit abzugeben.

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen dürfen nur auf Papier, das den Stempel der Schule trägt, angefertigt werden.

2.2 Bewertung der Prüfungsaufgaben

Bei jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) angegeben.
Es sind maximal 100 BE zu erreichen. Diese werden wie folgt verteilt:

	Aufgaben-gruppe	Bewertungs-einheiten
Teil 1	A	22 BE
	G	12 BE
Teil 2	A	43 BE
	G	23 BE

Die Aufgabenteile zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie werden seit 2020 mit GI und GII bezeichnet (anstatt wie bis 2019 mit B1 und B2).

1 Teil 1 des Musterprüfungssatzes zu diesem Buch besteht dennoch aus zwei Varianten pro Aufgabengruppe, um Ihnen zwei vollständige Prüfungen zum Üben zur Verfügung zu stellen.

Die erreichten Bewertungseinheiten werden nach dem folgenden Schlüssel den Punkten und Notenstufen zugeordnet:

Note	sehr gut			gut			befriedigend			ausreichend			mangelhaft			ungenügend
Punkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Bewertungseinheiten	100 ⋮ 96	95 ⋮ 91	90 ⋮ 86	85 ⋮ 81	80 ⋮ 76	75 ⋮ 71	70 ⋮ 66	65 ⋮ 61	60 ⋮ 56	55 ⋮ 51	50 ⋮ 46	45 ⋮ 41	40 ⋮ 34	33 ⋮ 27	26 ⋮ 20	19 ⋮ 0

2.3 Zugelassene Hilfsmittel

Zugelassen ist die Merkhilfe Mathematik/Nichttechnik für Berufliche Oberschulen. Außerdem ist die Verwendung von elektronischen Taschenrechnern gestattet, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind.
Die Merkhilfe Mathematik/Nichttechnik ist auf der Webseite des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (www.isb.bayern.de) zu finden.

3 Arbeit mit diesem Buch

Seit 2020 unterscheidet sich die Abiturprüfung für die nichttechnischen Ausbildungsrichtungen formal und inhaltlich wesentlich von der der Vorjahre.

- Der formale Unterschied besteht darin, dass die Prüfung nunmehr geteilt ist und der erste Teil der Prüfung ohne Verwendung von Hilfsmitteln bearbeitet werden muss.
- In der Analysis sind als neue Inhalte das uneigentliche Integral 2. Art und die partielle Integration bestimmter Funktionen hinzugekommen.
- In der Linearen Algebra/Analytischen Geometrie sind die Produkte von Vektoren und die damit möglichen Berechnungen von Abständen, Winkeln, Flächen und Volumina neu hinzugekommen. Dafür entfällt das Lerngebiet „Leontief-Modell“.

In der Linearen Algebra/Analytischen Geometrie ist der Lehrplan identisch mit dem für die 12. Jahrgangsstufe der Ausbildungsrichtung Technik. Auch die gestellten Prüfungsaufgaben in diesem Bereich sind identisch.

Damit Sie sich optimal und zielgerichtet auf die Abiturprüfung in Mathematik vorbereiten können, erhalten Sie mit dem Buch die **offiziellen schriftlichen Abiturprüfungen** der letzten Jahre,

Im **Übungsteil** finden sich zudem Aufgaben, die zum Teil aus früheren Fachabiturprüfungen der Ausbildungsrichtung Technik und aus früheren Abiturprüfungen der nichttechnischen Ausbildungsrichtungen stammen. Sie beziehen sich schwerpunktmäßig auf die oben angesprochenen neuen Lehrplaninhalte.

Zur weiteren Einübung der Prüfungsinhalte und insbesondere zur Simulation der Prüfungssituation stehen Ihnen online auf MyStark **Musterprüfungen** zur Verfügung, die der Form der Abiturprüfung seit 2020 entsprechen. Der Aufgabensatz mit den Varianten AI und GI bzw. AII und GII stellt dabei jeweils eine vollständige Prüfung dar. Die Musterprüfungen decken ein möglichst breites Spektrum an unterschiedlichen Aufgabenstellungen ab, erheben aber nicht den Anspruch auf Vollständigkeit hinsichtlich aller möglichen Aufgabentypen und -varianten.

Eine zusätzliche Übungsmöglichkeit für den hilfsmittelfreien Teil bietet Ihnen das **interaktive Training** auf MyStark.

4 Inhalte und Schwerpunktthemen

In der folgenden Übersicht sind die wesentlichen Schwerpunktthemen für die schriftliche Abiturprüfung stichpunktartig aufgeführt. Diese Auflistung soll Ihnen einen Überblick über den prüfungsrelevanten Lehrstoff vermitteln, sie ersetzt jedoch nicht den ausführlichen Lehrplan für das Fach Mathematik.

Die Zusammenstellung kann Ihnen bei der Vorbereitung auf die Abiturprüfung als Leitfaden für die verbindlichen Inhalte und wichtigsten mathematischen Begriffe dienen.

In der Analysis werden die Lerninhalte der 12. Jahrgangsstufe (in der FOS auch die der 11. Jahrgangsstufe) als bekannt vorausgesetzt, sie sind daher im Folgenden noch einmal aufgeführt. Das Lerngebiet Stochastik wird nicht geprüft.

Die Aufgabenstellung in der 13. Jahrgangsstufe unterscheidet sich von der der 12. Jahrgangsstufe auch darin, dass die Aufgaben nicht mehr so kleinschrittig untergliedert sind. Bei vielen Teilaufgaben müssen Sie eine komplexere Lösungsstrategie selbst entwickeln.

4.1 Analysis – 12. Jahrgangsstufe

Grundbegriffe bei reellen Funktionen
Grundlagen
- Reelle Funktionen: Abbildungsvorschrift, Funktionsterm, Definitions- und Wertemenge, Funktionsgraph
- Lineare Funktionen und lineare Ungleichungen
- Quadratische Funktionen und quadratische Ungleichungen

Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen) und Funktionenscharen
- Verknüpfung von Funktionen: Summe, Differenz, Produkt und Quotient
- Nullstellenbestimmung unter Verwendung von Polynomdivision und Substitution
- Faktorisierung des Funktionsterms und Vielfachheit der Nullstellen

Aufgabe 1: Partielle Integration und uneigentliches Integral 1. Art

1.0 Gegeben ist die Funktion f: $x \mapsto (2x-1)\cdot e^{2x}$ mit $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Geben Sie die Nullstelle der Funktion f an und untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte f(x) für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$.

1.2 Berechnen Sie Art und Koordinaten des Extrempunktes von G_f und zeichnen Sie G_f für $-2 \le x \le 0{,}75$ unter Verwendung vorliegender Ergebnisse in ein kartesisches Koordinatensystem.

1.3 Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass G_f im Intervall $]-\infty; 0[$ einen Wendepunkt besitzt.

1.4 Berechnen Sie die Flächenmaßzahl des nach links unbegrenzten Flächenstücks, welches der Graph G_f mit den beiden Koordinatenachsen im 3. Quadranten des Koordinatensystems einschließt.
[Teilergebnis: Stammfunktion $F(x) = (x-1)\cdot e^{2x}$]

TIPP **Lösungshinweise**

Teilaufgabe 1.1

Da nur der Linearfaktor des Funktionsterms null werden kann, kann die Nullstelle direkt abgelesen werden.

Teilaufgabe 1.2

Bilden Sie die 1. Ableitung mit der Produkt- und der Kettenregel.

Die Art des Extrempunktes sollten Sie hier mithilfe des Vorzeichens der 1. Ableitung bestimmen.

Erstellen Sie für die Zeichnung eine Wertetabelle.

Teilaufgabe 1.3

Verwenden Sie für die Begründung Lage und Art des Extrempunktes von G_f sowie das Verhalten der Funktionswerte f(x) für $x \to -\infty$.

Teilaufgabe 1.4

Multiplizieren Sie die Klammer im Funktionsterm von f(x) aus.

Verwenden Sie zur Bestimmung einer Stammfunktion der Funktion f das Verfahren der partiellen Integration.

Integrieren Sie die Funktion f zunächst von a bis 0 $(a < 0)$ und bilden Sie anschließend den Grenzwert für $a \to -\infty$.

Beachten Sie, dass das beschriebene Flächenstück unterhalb der x-Achse liegt.

Lösungsvorschlag

1.0 $f(x) = (2x-1) \cdot e^{2x}$ mit $D_f = \mathbb{R}$

1.1 **Nullstellen**

$$(2x-1) \cdot \underbrace{e^{2x}}_{>0} = 0$$

$$2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Nullstelle: $N\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

Verhalten von f(x) für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$

$x \to +\infty$: $\underbrace{(2x-1)}_{\to +\infty} \cdot \underbrace{e^{2x}}_{\to +\infty} \to +\infty$

$x \to -\infty$: $\underbrace{(2x-1)}_{\to -\infty} \cdot \underbrace{e^{2x}}_{\to 0} \to 0$ (e-Funktion überwiegt)

1.2 **Berechnung der 1. Ableitung**

$f'(x) = 2 \cdot e^{2x} + (2x-1) \cdot e^{2x} \cdot 2$ (Produkt- und Kettenregel)

$f'(x) = (2 + 4x - 2) \cdot e^{2x}$ (e^{2x} ausklammern)

$f'(x) = 4x \cdot e^{2x}$

Bestimmung der Koordinaten und der Art des Extrempunktes

$$f'(x) = 0$$

$$4x \cdot \underbrace{e^{2x}}_{>0} = 0$$

$$x = 0$$

1. Weg: Mithilfe des Monotonieverhaltens
Da $e^{2x} > 0$ für $x \in \mathbb{R}$ gilt, wird das Vorzeichen der 1. Ableitungsfunktion allein vom Linearfaktor 4x bestimmt. Dieser ändert sein Vorzeichen an der Stelle $x = 0$ von minus nach plus.

Somit ist f streng monoton fallend für $x < 0$ und streng monoton steigend für $x > 0$.

Mit $f(0) = -1$ ergibt sich der Tiefpunkt $TIP(0|-1)$.

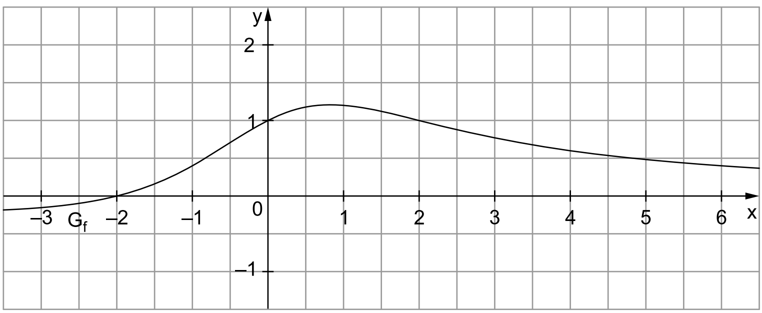
Aufgabenstellung

BE

1 Gegeben ist die Funktion $g\colon x \mapsto \frac{(x+2)(x-2)}{-x(x-2)}$ mit ihrer maximalen Definitionsmenge $D_g \subset \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_g bezeichnet.

Geben Sie D_g sowie die Art der Definitionslücken von g an und untersuchen Sie g auf Nullstellen. Geben Sie auch jeweils die Art und die Gleichung aller Asymptoten von G_g an. 6

2.0 In der untenstehenden Abbildung ist ein Ausschnitt des Graphen G_f einer gebrochen-rationalen Funktion f mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ dargestellt. G_f besitzt den absoluten Hochpunkt $H(0{,}8 \mid f(0{,}8))$, ist im Intervall $[0{,}8; +\infty[$ streng monoton fallend und besitzt die x-Achse als waagrechte Asymptote.
Für die Funktion h gilt: $h(x) = \ln(f(x))$. Die maximale Definitionsmenge der Funktion h ist $D_h =]-2; +\infty[$.



2.1 Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von h an den Rändern von D_h an. 3

2.2 Geben Sie mithilfe der Abbildung die Nullstellen der Funktion h an. Die abzulesenden Werte sind ganzzahlig. 2

2.3 Begründen Sie, dass der Graph der Funktion h genau einen Extrempunkt hat, und geben Sie die Art sowie die x-Koordinate dieses Extrempunktes an. 3

3 Gegeben ist die Funktion $k\colon\ x \mapsto \frac{x+1}{e^x - 1}$ mit ihrer maximalen Definitionsmenge $D_k = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Entscheiden Sie begründet, welche der folgenden Aussagen jeweils wahr oder falsch sind.

a) Der Graph der Funktion k hat eine senkrechte Asymptote.

b) $x \to -\infty \quad \Rightarrow \quad k(x) \to -1$ 4

4 Berechnen Sie den Wert des bestimmten Integrals

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} - 2x + 5\right) dx.$$ 4

22

TIPP **Lösungshinweise – Teil 1, Analysis**

Teilaufgabe 1

Setzen Sie Zählerterm und Nennerterm jeweils gleich null und untersuchen Sie, ob gemeinsame Nullstellen vorliegen.

Zur Bestimmung aller Asymptoten können Zählerterm und Nennerterm ausmultipliziert werden und es kann auch eine Polynomdivision durchgeführt werden.

Teilaufgabe 2.1

Betrachten Sie zuerst das Verhalten der Funktionswerte f(x) an den Rändern von D_h und schließen Sie daraus auf das Verhalten von h(x).

Teilaufgabe 2.2

Die Funktion h besitzt eine Nullstelle, wenn ihr Argument f(x) den Wert 1 annimmt.

Lesen Sie die entsprechenden Stellen aus der Abbildung von G_f ab.

Teilaufgabe 2.3

Bilden Sie die 1. Ableitung der Funktion h mit der Kettenregel und untersuchen Sie dann das Vorzeichen von h'(x).

Teilaufgabe 3

a) Untersuchen Sie die Funktion k auf Definitionslücken.

b) Betrachten Sie das Verhalten von Zählerterm und Nennerterm der Funktion k für $x \to -\infty$.

Teilaufgabe 4

Verwenden Sie zur Bestimmung der Stammfunktion die Umformung $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$.

1 $g\colon\ x \mapsto \dfrac{(x+2)(x-2)}{-x(x-2)};\quad x \in D_g$

Maximale Definitionsmenge D_g

TIPP Die Nullstellen des Nennerterms sind die Definitionslücken der Funktion g.

Es gilt: $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0;\, 2\}$

Art der Definitionslücken von g

TIPP Für gebrochen-rationale Funktionen gilt: Wenn Zählerterm und Nennerterm bei $x = x_0$ jeweils eine Nullstelle mit derselben Vielfachheit besitzen, liegt bei $x = x_0$ eine behebbare Definitionslücke vor.

Da Zählerterm und Nennerterm der Funktion g den Linearfaktor $(x-2)$ jeweils einfach enthalten, besitzt die Funktion g eine (stetig) behebbare Definitionslücke bei $x = 2$.

Da der Linearfaktor x im Nennerterm der Funktion g einfach enthalten ist und im Zählerterm nicht vorkommt, besitzt die Funktion g eine Unendlichkeitsstelle mit Vorzeichenwechsel bei $x = 0$.

Nullstellen von g
Da der Linearfaktor $(x+2)$ im Zählerterm der Funktion g einfach enthalten ist und im Nennerterm nicht vorkommt, hat die Funktion g eine einfache Nullstelle bei $x = -2$.

Art und Gleichung aller Asymptoten von G_g
Aus der Unendlichkeitsstelle bei $x = 0$ ergibt sich:
Senkrechte Asymptote: $x = 0$

Zur Bestimmung der weiteren Asymptote kann der Funktionsterm durch Ausmultiplizieren von Zähler und Nenner umgeformt werden:

$$g(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{-x(x-2)} = \frac{x^2-4}{-(x^2-2x)} = \frac{x^2-4}{-x^2+2x};\quad x \in D_g$$

TIPP Eine gebrochen-rationale Funktion, deren Zähler- und Nennergrad übereinstimmen, besitzt eine waagrechte Asymptote mit der Gleichung $y = \frac{z}{n}$, wobei z und n die Leitkoeffizienten von Zählerterm Z(x) und Nennerterm N(x) sind.

Mit $Z(x)=x^2-4$ und $N(x)=-x^2+2x$ gilt für die waagrechte Asymptote a des Graphen G_g:

$$a(x)=\frac{1}{-1};\ a(x)=-1$$

Alternative: Polynomdivision

$$\begin{array}{l} \quad(x^2-4):(-x^2+2x)=-1+\dfrac{2x-4}{-x^2+2x} \\ \underline{-(x^2-2x)} \\ \qquad\quad 2x-4 \end{array}$$

Damit besitzt G_g eine waagrechte Asymptote mit der Gleichung $y=-1$.

2.1 Verhalten der Funktionswerte h(x) an den Rändern von D_h

Am in der Abbildung dargestellten Ausschnitt des Graphen G_f erkennt man das Verhalten der Funktionswerte f(x) an den Rändern von $D_h =]-2; +\infty[$:

$$x \xrightarrow{>} -2:\quad f(x)\to 0^+$$

Da G_f die x-Achse als waagrechte Asymptote besitzt, gilt ferner:

$$x \longrightarrow +\infty:\quad f(x)\to 0^+$$

Wegen $h(x)=\ln(f(x))$ und da

$$x \longrightarrow 0^+:\quad \ln(x)\to -\infty$$

gilt, ergibt sich:

$$x \xrightarrow{>} -2:\quad h(x)\to -\infty$$
$$x \longrightarrow +\infty:\quad h(x)\to -\infty$$

2.2 Nullstellen der Funktion h

$$\begin{aligned} h(x)=\ln(f(x))&=0 \qquad \left|\, e^{(\dots)}\right. \\ f(x)&=1 \end{aligned}$$

In der gegebenen Abbildung des Graphen G_f sieht man, dass die Funktion f den Funktionswert 1 an den Stellen $x=0$ und $x=2$ annimmt.

Somit besitzt die Funktion h die Nullstellen $x_1=0$ und $x_2=2$.

2.3 Extrempunkt des Graphen der Funktion h

Für $h(x)=\ln(f(x))$ gilt:

$$h'(x)=\frac{1}{f(x)}\cdot f'(x) \qquad \text{(Kettenregel)}$$

$$h'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}$$