

2024 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Bayern

Mathematik I

- + Ausführliche Lösungen
- + Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen

1 Grundwissen 9. Klasse

1.1 Lineare Gleichungssysteme	1
1.2 Reelle Zahlen	7
1.3 Quadratische Funktionen	10
1.4 Quadratische Gleichungen	28
1.5 Abbildung durch zentrische Streckung	43
1.6 Rechtwinklige Dreiecke	63
1.7 Berechnungen am Kreis	69
1.8 Raumgeometrie	71
1.9 Grundbegriffe der Statistik	88
1.10 Zufallsexperimente	90

2 Grundwissen 10. Klasse

2.1 Potenzen und Potenzfunktionen	96
2.2 Exponential- und Logarithmusfunktionen	119
2.3 Trigonometrie	153
2.4 Skalarprodukt von Vektoren	193
2.5 Abbildungen im Koordinatensystem	211
2.6 Pfadregeln in Baumdiagrammen	244

Aufgaben im Stil der Prüfung

Beispielaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner	B-1
Teil B – mit Taschenrechner	B-3

Musterprüfung

Teil A – ohne Taschenrechner	M-1
Teil B – mit Taschenrechner	M-3

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2023 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung 2024, Mathematik I, Realschule, Bayern** (Bestell-Nr. D0910T). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Training Grundwissen und komplexe Aufgaben: Markus Hochholzer, Markus Schmidl
Aufgaben im Stil der Prüfung und Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

Hinweise und Tipps

$$\Leftrightarrow -4x^2 + 16x + 48 = 47,75 \quad | -47,75$$

$$\Leftrightarrow -4x^2 + 16x + 0,25 = 0$$

$$D = 16^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 0,25 = 260$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-16 \pm \sqrt{260}}{-8}$$

$$(x_1 = -0,02 \quad \vee) \quad x_2 = 4,02$$

$$L = \{4,02\}$$

Ausgangsform für die Lösungsformel
 $a = -4; b = 16; c = 0,25$
 Die Diskriminante $D = 260$ ist größer als null
 \Rightarrow 2 Lösungen

Die Lösung x_1 scheidet aus. x wäre sonst eine negative Streckenlänge.

- 95 a) Berechnung der Mantelfläche:
 $A_M = r \cdot \pi \cdot m = 2,5 \text{ cm} \cdot \pi \cdot 5 \text{ cm} = 12,5 \cdot \pi \text{ cm}^2$

Berechnung des Mittelpunktswinkels:

$$A_M = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot m^2 \cdot \pi \quad \left| \cdot \frac{360^\circ}{m^2 \cdot \pi} \right.$$

$$\alpha = \frac{A_M \cdot 360^\circ}{m^2 \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{12,5 \cdot \cancel{\pi} \text{ cm}^2 \cdot 360^\circ}{(5 \text{ cm})^2 \cdot \cancel{\pi}} = \frac{12,5 \cancel{\text{cm}^2} \cdot 360^\circ}{25 \cancel{\text{cm}^2}} = \frac{360^\circ}{2}$$

$$\alpha = 180^\circ$$

oder:

$$\alpha = \frac{r}{m} \cdot 360^\circ = \frac{2,5 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

- b) Ist der Axialschnitt eines Kegels ein gleichseitiges Dreieck, dann gilt allgemein:

$$m = 2 \cdot r$$

Es folgt:

$$A_M = r \cdot \pi \cdot m = r \cdot \pi \cdot 2 \cdot r = 2r^2\pi$$

Berechnung des Mittelpunktswinkels:

$$A_M = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot m^2 \cdot \pi$$

$$A_M = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot (2r)^2 \cdot \pi$$

$$A_M = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 4r^2 \cdot \pi \quad \left| \cdot \frac{360^\circ}{4r^2 \cdot \pi} \right.$$

$$\alpha = \frac{A_M \cdot 360^\circ}{4r^2 \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{2 \cancel{r^2} \cdot \cancel{\pi} \cdot 360^\circ}{4 \cancel{r^2} \cdot \cancel{\pi}}$$

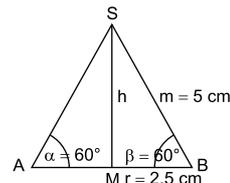
$$\alpha = \frac{2}{4} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

oder:

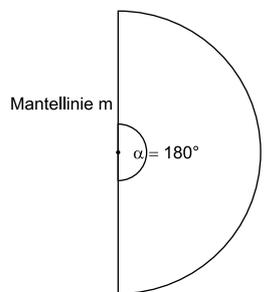
$$\alpha = \frac{r}{m} \cdot 360^\circ = \frac{r}{2r} \cdot 360^\circ = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

Der Mittelpunktswinkel ist also immer 180° groß und die Abwicklung somit ein Halbkreis.

Der Axialschnitt des Kegels ist ein gleichseitiges Dreieck:



Abwicklung: Halbkreis!

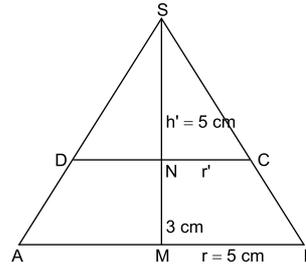


Beachte: Die Mantelfläche ist in diesem Fall doppelt so groß wie der Grundkreis des Kegels ($r^2\pi$)!

Setze $A_M = 2r^2\pi$ ein.

Hinweise und Tipps

96 Differenz zweier Kegel:
 DCS: Axialschnitt des „abgeschnittenen Kegels“ K_1
 ABS: Axialschnitt des Ausgangskegels K_2
 ABCD: Axialschnitt des Kegelstumpfes



Berechnung des Volumens:

$$V_{\text{Kegelstumpf}} = V_{K_2} - V_{K_1} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h - \frac{1}{3} \cdot (r')^2 \cdot \pi \cdot h'$$

Berechnung von $r' = |\overline{NC}|$ mit dem Strahlensatz:

$$\frac{|\overline{NC}|}{|\overline{MB}|} = \frac{|\overline{SN}|}{|\overline{SM}|} \quad | \cdot |\overline{MB}|$$

$$|\overline{NC}| = \frac{|\overline{SN}|}{|\overline{SM}|} \cdot |\overline{MB}|$$

$$|\overline{NC}| = \frac{5 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} \cdot 5 \text{ cm}$$

$$|\overline{NC}| = 3,125 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Kegelstumpf}} = \frac{1}{3} \cdot (5 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 8 \text{ cm} - \frac{1}{3} \cdot (3,125 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 5 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Kegelstumpf}} = 209,44 \text{ cm}^3 - 51,13 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Kegelstumpf}} = 158,31 \text{ cm}^3$$

Berechnung der Mantelfläche:

$$A_{M_{\text{Kegelstumpf}}} = A_{M_{K_2}} - A_{M_{K_1}} = r \cdot \pi \cdot m - r' \cdot \pi \cdot m'$$

Berechnung von m und m' in den rechtwinkligen Dreiecken MBS und NCS:

$$m = |\overline{BS}| = \sqrt{|\overline{MB}|^2 + |\overline{SM}|^2} = \sqrt{5^2 + 8^2} \text{ cm} = 9,43 \text{ cm}$$

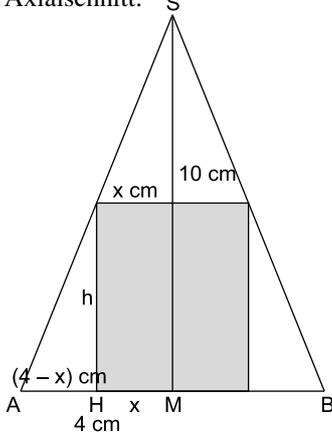
$$m' = |\overline{CS}| = \sqrt{|\overline{NC}|^2 + |\overline{SN}|^2} = \sqrt{3,125^2 + 5^2} \text{ cm} = 5,90 \text{ cm}$$

$$A_{M_{\text{Kegelstumpf}}} = 5 \text{ cm} \cdot \pi \cdot 9,43 \text{ cm} - 3,125 \text{ cm} \cdot \pi \cdot 5,90 \text{ cm}$$

$$A_{M_{\text{Kegelstumpf}}} = 148,13 \text{ cm}^2 - 57,92 \text{ cm}^2$$

$$A_{M_{\text{Kegelstumpf}}} = 90,21 \text{ cm}^2$$

97 a) Axialschnitt:



(Verkleinerte Darstellung im Maßstab 1:2)

„einbeschrieben“ heißt:

Die Eckpunkte liegen auf den Begrenzungslinien des umgebenden Körpers.

- Der Radius des Zylinders ist $x = 2 \text{ cm}$!
- Zeichne eine Strecke parallel zu AB mit 4 cm Länge, deren Endpunkte auf den Mantellinien des Kegels liegen.

Hinweise und Tipps

b) Strahlensatz mit Zentrum A:

$$\frac{h}{|\overline{MS}|} = \frac{|\overline{AH}|}{|\overline{AM}|}$$

$$\frac{h(x)}{10 \text{ cm}} = \frac{(4-x) \text{ cm}}{4 \text{ cm}} \quad | \cdot 10 \text{ cm}$$

$$h(x) = 2,5 \cdot (4-x) \text{ cm}$$

$$h(x) = (10 - 2,5x) \text{ cm}$$

c) $A_M(x) = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h(x)$

$$A_M(x) = 2 \cdot x \cdot \pi \cdot (10 - 2,5x) \text{ cm}^2$$

$$A_M(x) = (-5x^2 + 20x) \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$r_{Zyl} = x \text{ cm}$

d) $A_M(x) = (-5x^2 + 20x) \cdot \pi \text{ cm}^2$

$$A_M(x) = \{-5[x^2 - 4x]\} \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$A_M(x) = \{-5[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2]\} \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$A_M(x) = \{-5[(x-2)^2 - 4]\} \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$A_M(x) = \{-5(x-2)^2 + 20\} \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$A_{M_{\max}} = 20\pi \text{ cm}^2 \text{ für } x = 2$$

Ergänze den Term in der Klammer quadratisch.

Faktor π beim Extremwert nicht vergessen!

e) Mantelflächeninhalt des Kegels:

$$A_M = r \cdot \pi \cdot m = r \cdot \pi \cdot \sqrt{4^2 + 10^2} \text{ cm} = 43,08\pi \text{ cm}^2$$

Berechne $m = |\overline{SA}|$ im rechtwinkligen Dreieck AMS.

Davon 50 %:

$$0,5 \cdot 43,08\pi \text{ cm}^2 = 21,54\pi \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{|l} A_M(x) = (-5x^2 + 20x) \cdot \pi \text{ cm}^2 \\ \wedge \quad A_M = 21,54\pi \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$\Rightarrow (-5x^2 + 20x) \cdot \pi = 21,54\pi \quad (I = II) \quad | : \pi$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 20x = 21,54 \quad | -21,54$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 20x - 21,54 = 0$$

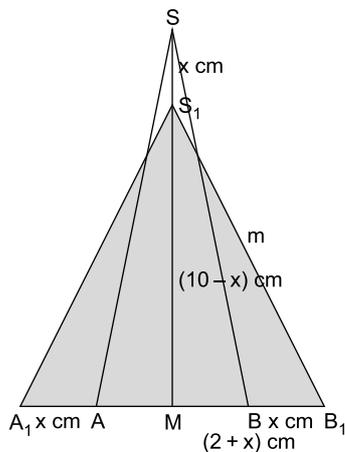
Ausgangsform für die Lösungsformel
 $a = -5; b = 20; c = -21,54$

$$D = 20^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-21,54) = -30,8 < 0$$

$$L = \emptyset$$

Es gibt keinen solchen Zylinder.

98 a) Axialschnitt für $x = 2$:



(Verkleinerte Darstellung im Maßstab 1:2)

Musterprüfung

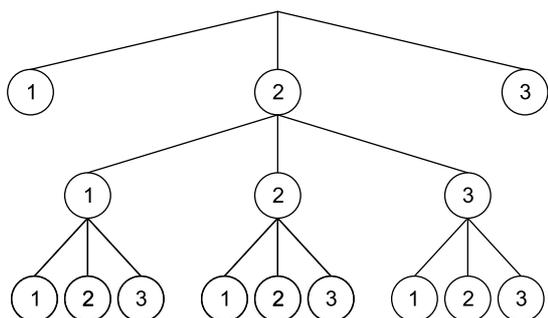
Teil A

✎ Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Aufgabe A 1.2



Es sind nur alle Pfade von der Zahl 2 aus anzugeben.

Aufgabe A 1.3

$$\begin{aligned} P(3\ 3\ 2) + P(3\ 2\ 3) + P(2\ 3\ 3) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{27} + \frac{1}{27} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{3}{27} \end{aligned}$$

Die Summe 8 kann nur durch die Zahlen 3, 3, 2 gebildet werden: 3 + 3 + 2; 3 + 2 + 3; 2 + 3 + 3

Auch gleichwertige Lösungen wie z. B. $\frac{1}{9}$ oder 11, $\bar{1}$ % sind bei derartigen Aufgaben gültig.

Aufgabe A 2.1

Im rechtwinkligen Dreieck D_nCS gilt:

$$\tan \varphi = \frac{|\overline{CD_n}|}{|\overline{CS}|}$$

$$|\overline{CD_n}| = |\overline{CS}| \cdot \tan \varphi$$

$$|\overline{CD_n}|(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK