

2024

Realschule

Original-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Bayern

Mathematik I

+ *Offizielle Musteraufgaben*



STARK

Inhaltsverzeichnis

Hinweise

Aufbau und Ablauf der Prüfung	I
Unterschiede ab 2023	I
Arbeit mit diesem Buch	II
Alte Notenschlüssel zur Orientierung	III
Termine 2024	III
Hinweise des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus ..	IV

Übungsaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner

Daten und Zufall	Ü-1
Funktionen, ebene Geometrie und Raumgeometrie	Ü-6
Lösungsvorschlag	Ü-14

Teil B – mit Taschenrechner

Daten und Zufall	Ü-47
Lösungsvorschlag	Ü-52

Aufgaben im Stil der Prüfung

Beispielaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner	B-1
Lösungsvorschlag	B-3
Teil B – mit Taschenrechner	B-6
Lösungsvorschlag	B-10

Musterprüfung

Teil A – ohne Taschenrechner	M-1
Lösungsvorschlag	M-3
Teil B – mit Taschenrechner	M-5
Lösungsvorschlag	M-9

Abschlussprüfungsaufgaben

Abschlussprüfung 2018

Teil A – mit Taschenrechner	2018-1
Lösungsvorschlag	2018-4
Teil B – mit Taschenrechner	2018-10
Lösungsvorschlag	2018-12

Abschlussprüfung 2019

Teil A – mit Taschenrechner	2019-1
Lösungsvorschlag	2019-4
Teil B – mit Taschenrechner	2019-9
Lösungsvorschlag	2019-11

Abschlussprüfung 2020

Teil A – mit Taschenrechner	2020-1
Lösungsvorschlag	2020-4
Teil B – mit Taschenrechner	2020-9
Lösungsvorschlag	2020-12

Abschlussprüfung 2021

Teil A – mit Taschenrechner	2021-1
Lösungsvorschlag	2021-4
Teil B – mit Taschenrechner	2021-10
Lösungsvorschlag	2021-13

Abschlussprüfung 2022

Teil A – mit Taschenrechner	2022-1
Lösungsvorschlag	2022-4
Teil B – mit Taschenrechner	2022-9
Lösungsvorschlag	2022-11

Abschlussprüfung 2023 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscodes vgl. Umschlaginnenseite).

Digitales Übungsmaterial zu diesem Buch

Zu den folgenden Themen bietet dir das Buch **Lernvideos** und **GeoGebra-Anwendungen**:

- Dreisatz
- Winkel an Geradenkreuzungen und Winkelsummen
- Strahlensätze
- Lineare Funktionen (Geraden)
- Verschobene Normalparabel
- Gestreckte/Gestauchte Parabel
- Bestimmung von Nullstellen bei quadratischen Funktionen
- Exponentialfunktionen
- Baumdiagramm

Am PC kannst du die Lernvideos über folgenden Link öffnen: **https://www.stark-verlag.de/qrcode/lernvideos_0910tk**

Autor

Übungsaufgaben (inkl. Lösungen) sowie Lösungen der Beispielaufgaben, Musterprüfung und der Abschlussprüfungsaufgaben: RSD Alois Einhauser

Daten und Zufall

- 1.1 Marianne erinnert sich bei einem Regensburger Autokennzeichen nur noch daran, dass in der Mitte zwei unterschiedliche Buchstaben standen und dann eine dreistellige Zahl folgte. Ob hier gleiche Ziffern vorkamen, konnte sie nicht sagen.

$$\boxed{R - XX - XXX}$$

Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten es für das Kennzeichen gibt.

Hinweis: Als Buchstaben kommen die 26 Großbuchstaben des lateinischen Alphabets in Frage.

- 1.2 Lea erinnert sich bei einem Augsburger Autokennzeichen nur noch daran, dass in der Mitte zwei gleiche Buchstaben standen und dann eine dreistellige Zahl folgte. Dabei waren die Hunderter- und die Zehnerstelle sicher gleich und es handelte sich um eine gerade Zahl.

$$\boxed{A - XX - XXX}$$

Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten es für das Kennzeichen gibt.

Hinweis: Als Buchstaben kommen die 26 Großbuchstaben des lateinischen Alphabets in Frage.

- 2 Aus zwölf Eissorten werden je vier verschiedene in einem Becher gekauft. Die Anordnung der Eissorten ist egal.
Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt.
- 3 Eine Klasse besteht aus 24 Schülerinnen und Schülern. In der Klasse gibt es nur einen Felix. Für eine Gruppenarbeit sollen per Losverfahren Vierergruppen gebildet werden.
Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten der Gruppenzusammensetzung es für die Gruppe gibt, in der der Schüler Felix ist.
- 4 Bei einem Turnier gibt es elf Teams. Alle Teams sollen genau einmal gegeneinander spielen.
Ermitteln Sie, wie viele Spiele es gibt.

- 5.0** Beim Spiel „Mastermind professional“ wählt Spieler A aus acht verschiedenfarbigen Stiften fünf aus und ordnet diese in einer Reihe an. Spieler B muss diesen Farb-Code erraten.
- 5.1** Bestimmen Sie die Gesamtanzahl an möglichen Farb-Codes.
- 5.2** Spieler B hat bereits beim ersten Versuch erraten, welche Farben Spieler A ausgewählt hat. Er muss nun nur noch die Reihenfolge herausfinden. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die Farbstifte anzuordnen.
- 5.3** In den folgenden Teilaufgaben sind für jede der acht Farben fünf Stifte vorhanden.
Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Farb-Codes, wenn die fünf ausgewählten Stifte im Farb-Code nicht verschiedenfarbig sein müssen.
- 5.4** Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Farb-Codes, wenn der Farb-Code aus vier grünen und einem gelben Stift bestehen soll.
- 5.5** Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Farb-Codes, wenn der Farb-Code aus drei blauen und zwei grünen Stiften bestehen soll.
- 6.0** Bei einer Verlosung befinden sich insgesamt 20 Lose in der Trommel. Es wird mit „jedes vierte Los gewinnt“ geworben.
- 6.1** Bestimmen Sie, wie viele Gewinnlose und wie viele Nieten in der Los-trommel sind.
- 6.2** Herr Kunz kauft zwei Lose.
Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm, in dem die Wahrscheinlichkeiten ersichtlich sind. Bestimmen Sie sodann ...
- die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Kunz zwei Gewinne zieht.
 - die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Kunz zwei Nieten zieht.
 - die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Kunz mindestens einen Gewinn zieht.
- 6.3** Nachdem Herr Klug beobachtet hat, dass Herr Kunz zwei Nieten gezogen hatte, kauft Herr Klug zwei Lose.
Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm, in dem die Wahrscheinlichkeiten ersichtlich sind. Bestimmen Sie sodann die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Klug zwei Gewinne zieht.

Lösungsvorschlag

- 1.1 Da die Buchstaben verschieden waren, gibt es hier $26 \cdot 25 = 650$ Möglichkeiten.

Da es eine 3-stellige Zahl war, kommen in Frage:

- für die Hunderterstelle nur die Ziffern 1 bis 9 (9 Möglichkeiten)
- für die Zehner- sowie Einerstelle die Ziffern 0 bis 9 (jeweils 10 Möglichkeiten)

Für die 3-stellige Zahl gibt es also $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ Möglichkeiten.

Insgesamt gibt es somit $650 \cdot 900 = 585\,000$ Möglichkeiten.

- 1.2 Da die Buchstaben gleich waren, ist der zweite Buchstabe durch den ersten Buchstaben festgelegt und es gibt hier 26 Möglichkeiten.

Da es eine 3-stellige Zahl war, kommen für die Hunderterstelle nur die Ziffern 1 bis 9 in Frage (9 Möglichkeiten).

Da die Hunderter- und die Zehnerstelle gleich waren, ist die Zehnerstelle durch die Hunderterstelle festgelegt (keine weitere Möglichkeit).

Da die Zahl außerdem gerade war, kommen nur die Einerziffern 0, 2, 4, 6 und 8 in Frage (5 Möglichkeiten).

Für die 3-stellige Zahl gibt es also $9 \cdot 5 = 45$ Möglichkeiten.

Insgesamt gibt es also $26 \cdot 45 = 1\,170$ Möglichkeiten.

- 2 Für die Auswahl von 4 verschiedenen Eissorten aus den 12 zur Verfügung stehenden gibt es $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11\,880$ Möglichkeiten.

TIPP Da die Anordnung der Eissorten egal ist, muss durch die Anzahl der Anordnungen (Permutationen) geteilt werden.

Es gibt $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ verschiedene Anordnungen von 4 Eissorten.

Die gesuchte Anzahl an Möglichkeiten beträgt also:

$$\frac{11\,880}{24} = 495$$

oder:

Diese Frage ist gleichbedeutend mit: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 4 aus 12 zu ziehen?

$$\text{Es gibt also } \frac{12!}{(12-4)! \cdot 4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495 \text{ Möglichkeiten.}$$

- 3 Da Felix in seiner Gruppe feststeht, müssen noch 3 Gruppenmitglieder „gezogen“ werden. Hierfür gibt es $23 \cdot 22 \cdot 21 = 10\,626$ Möglichkeiten.

Da es egal ist, in welcher Reihenfolge die Gruppenmitglieder gezogen werden, und es für 3 Personen $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ verschiedene Anordnungen (Permutationen) gibt, beträgt die Anzahl der möglichen Gruppenzusammensetzungen:

$$\frac{10\,626}{6} = 1\,771$$

oder:

Diese Frage ist gleichbedeutend mit: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 aus 23 zu ziehen?

$$\text{Es gibt also } \frac{23!}{(23-3)! \cdot 3!} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1\,771 \text{ Möglichkeiten.}$$

- 4 Jedes der 11 Teams spielt gegen 10 andere. Das wären $11 \cdot 10 = 110$ mögliche Partien.

Da jedes Team genau einmal gegen ein anderes spielt, wird nicht zwischen "Team A gegen Team B" oder "Team B gegen Team A" unterschieden.

Somit halbiert sich die Anzahl an möglichen Partien auf insgesamt 55.

oder:

Team 1 spielt gegen 10 gegnerische Teams.

Team 2 spielt noch gegen 9 weitere Teams
(neben dem bereits stattgefundenen Spiel gegen Team 1).

Team 3 spielt noch gegen 8 weitere Teams
(neben den bereits stattgefundenen Spielen gegen Team 1 und 2).

...

Team 10 spielt noch gegen 1 weiteres Team
(neben den bereits stattgefundenen Spielen gegen die Teams 1 bis 9).

Die Summe an Spielen beträgt somit:

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55$$

Es finden 55 Spiele statt.

oder:

Diese Frage ist gleichbedeutend mit: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 2 aus 11 zu ziehen?

Die Anzahl der Spiele beträgt also:

$$\frac{11!}{(11-2)! \cdot 2!} = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55$$

Aufgabe B 1

BE

- B 1.0** Vitamin D kann im menschlichen Körper produziert werden, wenn Sonnenstrahlung unter bestimmten Bedingungen auf die Haut trifft. Im Winterhalbjahr nimmt daher die Konzentration von Vitamin D im Körper normalerweise ab.

Bei Andreas wurde Ende September eine Anfangskonzentration von 55 Nanogramm Vitamin D pro Milliliter Blut ($55 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$) gemessen. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D lässt sich bei Andreas näherungsweise durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 55 \cdot 0,93^x$ ($x \in \mathbb{R}_0^+$, $y \in \mathbb{R}^+$) beschreiben.

- B 1.1** Um wie viel Prozent reduziert sich folglich bei Andreas die Konzentration an Vitamin D in einer Woche? Ergänzen Sie.

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um %.

1

- B 1.2** Berechnen Sie mithilfe der Funktion f_1 die Konzentration an Vitamin D bei Andreas nach 21 Tagen.

Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

1

- B 1.3** Berechnen Sie, in welcher Woche sich die Anfangskonzentration an Vitamin D bei Andreas entsprechend der Funktion f_1 halbiert.

2

- B 1.4** Bei Stephan wurde gleichzeitig mit Andreas eine Messung begonnen. Bei Stephan lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D annähernd durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 51 \cdot 0,91^x$ ($x \in \mathbb{R}_0^+$, $y \in \mathbb{R}^+$) beschreiben.

Ist es unter diesen Voraussetzungen möglich, dass die Konzentrationen an Vitamin D zu einem Zeitpunkt bei Stephan und Andreas den gleichen Wert erreichen?

Begründen Sie Ihre Entscheidung ohne Rechnung.

1

Aufgabe B 2

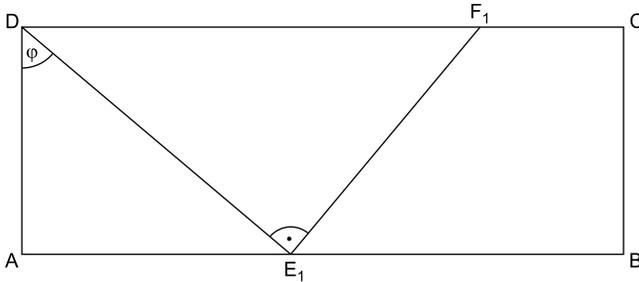
B 2.0 Gegeben ist das Rechteck $ABCD$.

Punkte E_n auf der Seite \overline{AB} und Punkte F_n auf der Seite \overline{CD} legen zusammen mit dem Punkt D Dreiecke DE_nF_n fest.

Die Winkel $\angle ADE_n$ haben das Maß φ mit $\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$.

Es gilt: $|\overline{AB}| = 8 \text{ cm}$; $|\overline{AD}| = 3 \text{ cm}$; $\angle F_nE_nD = 90^\circ$.

Die Skizze zeigt das Dreieck DE_1F_1 für $\varphi = 50^\circ$.



B 2.1 Begründen Sie, weshalb die Winkel $\angle DF_nE_n$ stets das Maß φ haben. 1

B 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $\overline{CF_n}$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$|\overline{CF_n}|(\varphi) = \left(8 - \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \right) \text{ cm.} \quad 3$$

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CF_1}$.

Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. 1

Lösungsvorschlag

- B 1.1** **TIPP** Die Basis 0,93 gibt an, dass sich die Konzentration in einer Woche auf 93 % verringert. Der gesuchte Prozentsatz, um den verringert wird, beträgt also: $100\% - 93\% = 7\%$

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um **7 %**.

- B 1.2** **TIPP** 21 Tage sind 3 Wochen.

$$y = 55 \cdot 0,93^3$$

$$y = 44,24$$

Nach 21 Tagen beträgt die Konzentration an Vitamin D bei Andreas

$$44,24 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}.$$

- B 1.3** **TIPP** Gesucht ist die Belegung von x , für die $y = 55 \cdot 0,93^x$ die Hälfte der Anfangskonzentration ergibt.

$$0,5 \cdot 55 = 55 \cdot 0,93^x \quad | :55 \quad x \in \mathbb{R}_0^+$$

$$\Leftrightarrow 0,5 = 0,93^x$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{0,93} 0,5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\lg 0,5}{\lg 0,93}$$

$$\Leftrightarrow x = 9,6$$

$$L = \{9,6\}$$

Die Konzentration an Vitamin D halbiert sich in der 10. Woche.

- B 1.4** **TIPP** Andreas „startet“ mit einer Anfangskonzentration von $55 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$, die wöchentlich um 7 % abnimmt. Stephan „startet“ mit einer Anfangskonzentration von $51 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$, die wöchentlich um 9 % abnimmt.

Stephans Anfangswert ist kleiner und nimmt schneller ab als der von Andreas. Die Konzentrationen können folglich niemals gleichzeitig den gleichen Wert erreichen.

$$\text{oder: } \underbrace{55}_{>51} \cdot \overbrace{0,93^x}^{>0,91} > 51 \cdot 0,91^x \quad x \in \mathbb{R}_0^+$$

Die Konzentrationen können folglich niemals gleichzeitig den gleichen Wert erreichen.

B 2.1

TIPP Das Viereck ABCD ist ein Rechteck. Somit gilt:

$$\sphericalangle E_n D F_n = \sphericalangle A D C - \varphi = 90^\circ - \varphi$$

Aufgrund der Innenwinkelsumme im Dreieck $DE_n F_n$ gilt:

$$\sphericalangle D F_n E_n = 180^\circ - \sphericalangle F_n E_n D - \sphericalangle E_n D F_n$$

$$\sphericalangle D F_n E_n = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \varphi)$$

$$\sphericalangle D F_n E_n = \varphi$$

B 2.2

TIPP Da $|\overline{CF_n}| = |\overline{CD}| - |\overline{DF_n}| = |\overline{AB}| - |\overline{DF_n}|$, benötigt man noch $|\overline{DF_n}|$. Hierzu ermittelt man zunächst $|\overline{DE_n}|$ im rechtwinkligen Dreieck $AE_n D$, um dann im rechtwinkligen Dreieck $DE_n F_n$ die Streckenlänge $|\overline{DF_n}|$ zu bestimmen.

Im rechtwinkligen Dreieck $AE_n D$ gilt:

$$\cos \varphi = \frac{|\overline{AD}|}{|\overline{DE_n}|} \quad \left| \cdot \frac{|\overline{DE_n}|}{\cos \varphi} \right.$$

$$|\overline{DE_n}| = \frac{|\overline{AD}|}{\cos \varphi}$$

$$|\overline{DE_n}|(\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm}$$

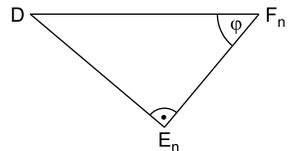
$$\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$$

Im rechtwinkligen Dreieck $DE_n F_n$ gilt:

$$\sin \varphi = \frac{|\overline{DE_n}|}{|\overline{DF_n}|} \quad \left| \cdot \frac{|\overline{DF_n}|}{\sin \varphi} \right.$$

$$|\overline{DF_n}| = \frac{|\overline{DE_n}|}{\sin \varphi}$$

$$\text{mit } |\overline{DE_n}|(\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm}$$



$$|\overline{DF_n}|(\varphi) = \frac{\frac{3}{\cos \varphi}}{\sin \varphi} \text{ cm}$$

$$\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$$

$$|\overline{DF_n}|(\varphi) = \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \text{ cm}$$

Aufgabe B 1

BE

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 3 \cdot \log_3(x+7) - 4$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Gleichung der Asymptote h des Graphen zu f_1 an.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4; 9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 9$; $-6 \leq y \leq 4$

2

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x -Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt:

$$y = -3 \cdot \log_3(x+6) + 2 \quad (G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}).$$

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 9]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

3

B 1.3 Punkte $A_n(x | -3 \cdot \log_3(x+6) + 2)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $D_n(x | 3 \cdot \log_3(x+7) - 4)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x . Sie sind für $x > -3,46$ zusammen mit Punkten B_n und C_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_n B_n C_n D_n$. Die Punkte B_n liegen dabei ebenfalls auf dem Graphen zu f_2 , ihre x -Koordinate ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n .

Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = -1,5$ und das Parallelogramm $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

2

- B 1.4** Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_n B_n C_n D_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
 $A(x) = [12 \cdot \log_3(x^2 + 13x + 42) - 24]$ FE. 3
- B 1.5** Im Parallelogramm $A_3 B_3 C_3 D_3$ liegt der Punkt D_3 auf der x -Achse. Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Parallelogramms $A_3 B_3 C_3 D_3$. 3
- B 1.6** Das Parallelogramm $A_4 B_4 C_4 D_4$ hat einen Flächeninhalt von 16 FE. Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes B_4 . 4

Aufgabe B 2

- B 2.0** Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks $ABCD$ schneiden sich im Punkt M . Das Drachenviereck $ABCD$ ist die Grundfläche der Pyramide $ABCDS$ mit der Spitze S und der Höhe $[MS]$.
 Es gilt: $\overline{AC} = 11$ cm; $\overline{AM} = 4,5$ cm; $\overline{BD} = 10$ cm; $\overline{MS} = 9$ cm.
 Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.
- B 2.1** Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide $ABCDS$, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
 Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.
 Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels MSC .
 [Ergebnis: $\sphericalangle MSC = 35,84^\circ$] 3
- B 2.2** Punkte P_n liegen auf der Strecke $[CS]$. Die Winkel $P_n MS$ haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von Dreiecken BDP_n .
 Zeichnen Sie die Strecke $[MP_1]$ sowie das Dreieck BDP_1 für $\varphi = 30^\circ$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
 Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5,27}{\sin(\varphi + 35,84^\circ)} \text{ cm.}$$
 3
- B 2.3** Das Dreieck BDP_2 ist gleichseitig. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ . 3

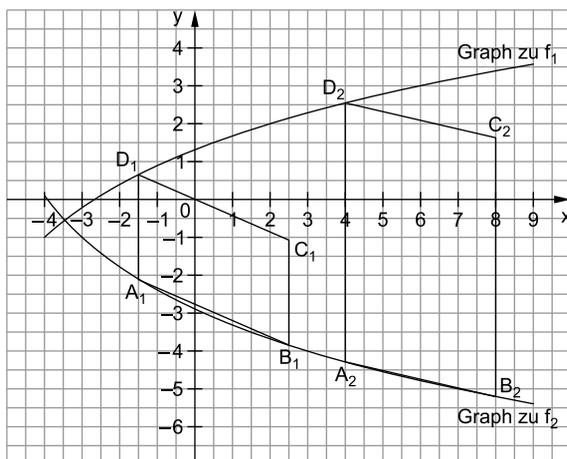
Lösungsvorschlag

B 1.1 Gleichung der Asymptote:

$$h: x = -7$$

Zeichnen des Graphen zu f_1 , z. B. mit folgender Wertetabelle:

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$y = 3 \cdot \log_3(x+7) - 4$	-1	-0,21	0,39	0,89	1,31	1,68
x	2	3	4	6	9	
$y = 3 \cdot \log_3(x+7) - 4$	2	2,29	2,55	3,00	3,57	



(Darstellung im Maßstab 1 : 2)

$$\text{B 1.2 } f_1 \xrightarrow{x\text{-Achse}} f' \xrightarrow{\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} f_2$$

Abbildung durch Spiegelung an der x-Achse:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 3 \cdot \log_3(x+7) - 4 \end{pmatrix}$$

$$G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -(3 \cdot \log_3(x+7) - 4) \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow y' = -3 \cdot \log_3(x' + 7) + 4$$

Abbildung durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -3 \cdot \log_3(x' + 7) + 4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' + 1 \\ -3 \cdot \log_3(x' + 7) + 4 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x'' = x' + 1 \\ \wedge y'' = -3 \cdot \log_3(x' + 7) + 2 \end{array} \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x' = x'' - 1 \\ \wedge y'' = -3 \cdot \log_3(x'' - 1 + 7) + 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow y'' = -3 \cdot \log_3(x'' + 6) + 2$$

$$f_2: y = -3 \cdot \log_3(x + 6) + 2 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

Einzeichnen des Graphen zu f_2 , z. B. mithilfe folgender Wertetabelle:

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$y = -3 \cdot \log_3(x + 6) + 2$	0,11	-1	-1,79	-2,39	-2,89	-3,31
x	2	3	4	6	9	
$y = -3 \cdot \log_3(x + 6) + 2$	-3,68	-4	-4,29	-4,79	-5,39	

oder:

Einzeichnen durch Spiegelung und Parallelverschiebung von Punkten des Graphen von f_1 mit:

$$f_1 \xrightarrow{\text{x-Achse}} f' \xrightarrow{\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} f_2$$

B 1.3 Einzeichnen des Parallelogramms $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1,5$

TIPP

- A_1 liegt auf dem Graphen zu f_2 und hat die x-Koordinate $-1,5$, also $A_1(-1,5 | -2,11)$.
- D_1 liegt auf dem Graphen zu f_1 und hat ebenfalls die x-Koordinate $-1,5$, also $D_1(-1,5 | 0,66)$.
- B_1 liegt auf dem Graphen zu f_2 und die x-Koordinate von B_1 ist um 4 größer als die des Punktes A_1 , also $B_1(2,5 | -3,84)$.
- Da der Punkt C_1 dieselbe Abszisse wie der Punkt B_1 hat und $\overline{B_1C_1} = \overline{A_1D_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,77 \end{pmatrix}$ gilt, erhält man $C_1(2,5 | -1,07)$.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK