

2024

Berufskolleg

Prüfung zum
Fachhochschulreife

**MEHR
ERFAHREN**

Baden-Württemberg

Mathematik

+ *Online-Glossar*



STARK

Inhalt

Vorwort	
Stichwortverzeichnis	

Allgemeine Hinweise zur Prüfung

Informationen zur Fachhochschulreifeprüfung	I
Bewertung der Prüfungsarbeiten	II
Inhalte und Schwerpunktthemen	III
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	V

Übungsaufgaben für den Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

Übungsaufgabe 1	Ü-1
Übungsaufgabe 2	Ü-7
Übungsaufgabe 3	Ü-15
Übungsaufgabe 4	Ü-22

Übungsaufgaben für den Wahlteil (mit Hilfsmitteln)

Übungsaufgabe 1	Ü-29
Übungsaufgabe 2	Ü-35
Übungsaufgabe 3	Ü-41
Übungsaufgabe 4	Ü-49

Prüfungsaufgaben 2018

Pflichtteil: Aufgabe 1	2018-1
Wahlteil: Aufgabe 2	2018-6
Wahlteil: Aufgabe 3	2018-12
Wahlteil: Aufgabe 4	2018-19

Prüfungsaufgaben 2019

Pflichtteil: Aufgabe 1	2019-1
Wahlteil: Aufgabe 2	2019-8
Wahlteil: Aufgabe 3	2019-15
Wahlteil: Aufgabe 4	2019-21

Prüfungsaufgaben 2020

Pflichtteil: Aufgabe 1	2020-1
Wahlteil: Aufgabe 2	2020-6
Wahlteil: Aufgabe 3	2020-14
Wahlteil: Aufgabe 4	2020-22

Prüfungsaufgaben 2021

Pflichtteil: Aufgabe 1a	2021-1
Pflichtteil: Aufgabe 1b	2021-8
Wahlteil: Aufgabe 2	2021-14
Wahlteil: Aufgabe 3	2021-20
Wahlteil: Aufgabe 4	2021-26

Prüfungsaufgaben 2022

Pflichtteil: Aufgabe 1a	2022-1
Pflichtteil: Aufgabe 1b	2022-6
Wahlteil: Aufgabe 2	2022-11
Wahlteil: Aufgabe 3	2022-16
Wahlteil: Aufgabe 4	2022-23



Bei **MyStark** finden Sie ein **interaktives Training** zum Pflichtteil.
Den Zugangscode zu MyStark finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2024 unter:
www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Autoren der Übungsaufgaben und Lösungen der Prüfungsaufgaben:

Volker Huy
Klaus Specht

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Buch unterstützt Sie optimal bei Ihrer Vorbereitung auf die **Prüfung der Fachhochschulreife an Berufskollegs** im Fach Mathematik.

Sie finden in diesem Band die Abschlussprüfungsaufgaben der **Jahrgänge 2018 bis 2022** sowie **Übungsaufgaben**, die die Struktur mit Pflichtteil (Bearbeitung ohne Hilfsmittel) und Wahlteil (Bearbeitung mit Hilfsmitteln) widerspiegeln. Alle Aufgaben wurden mit **vollständigen, kommentierten Lösungsvorschlägen** versehen. Weiter finden Sie bei allen Aufgaben zusätzliche „**Hinweise und Tipps**“ zu jedem Aufgabenteil, die zwischen den Aufgaben und Lösungen stehen. Diese „Hinweise und Tipps“ liefern Denkanstöße zur Lösung, sie sind durch eine graue Raute markiert und nach zunehmendem Grad der Hilfestellung geordnet.

Im **Hinweisteil** erhalten Sie detaillierte Informationen über den Ablauf der Prüfung, die Prüfungsinhalte und die Bewertung der Prüfung. Hinweise zur Prüfungsvorbereitung und Tipps zur richtigen Strategie in der Prüfung helfen Ihnen, Ihre Zeit optimal zu nutzen. Eine Beschreibung zur Arbeit mit einem Lösungsplan gibt Ihnen die Möglichkeit, systematisches Vorgehen einzuüben und so Sicherheit für die Prüfungssituation zu gewinnen.

Das **Stichwortverzeichnis** ermöglicht es Ihnen zudem, wichtige Fachbegriffe und die dazugehörigen Aufgabenstellungen schnell zu finden, sodass Sie einzelne Themen gezielt üben und bearbeiten können.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Fachhochschulreifeprüfung 2024 vom baden-württembergischen Ministerium für Kultus, Jugend und Sport bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu auf der Plattform MyStark (Zugangscode siehe Umschlaginnenseite).

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Vorbereitung auf die Fachhochschulreifeprüfung!

Die Autoren

Allgemeine Hinweise zur Prüfung

Informationen zur Fachhochschulreifeprüfung

Wer einen mittleren Bildungsabschluss hat, erhält in 1 bis 3 Jahren im Berufskolleg eine berufliche Ausbildung und eine erweiterte allgemeine Bildung. Um einen einheitlichen Wissensstand der allgemeinbildenden Fächer zu gewährleisten, werden seit 2011 an allen Berufskollegs, die zur Fachhochschulreife führen, dieselben Prüfungen in den Fächern Deutsch, Englisch und **Mathematik** durchgeführt. Da die Rechenkompetenz der Schüler von vielen Seiten bemängelt wurde, hat man versucht, diese Mängel im neuen Lehrplan und in der Prüfung zu berücksichtigen. Mit der Fachhochschulreife-Prüfung 2018 haben sich Inhalt und Struktur der Aufgaben im Fach Mathematik grundlegend geändert. Die Prüfung wird unterteilt in einen Pflichtteil und einen Wahlteil. Zusätzlich wird der bis zur Prüfung 2017 generell zugelassene grafikfähige Taschenrechner durch einen weniger leistungsfähigen Taschenrechner (WTR) ersetzt. Die Durchführung und der Ablauf der Prüfung werden im nächsten Abschnitt dargestellt.

Die schriftliche Prüfung im Fach Mathematik

Das zentrale Thema der schriftlichen Prüfung im Fach Mathematik ist die **Analysis**. Die Prüfung ist in einen Pflichtteil (ohne Hilfsmittel, d. h. ohne Merkhilfe und ohne wissenschaftlichen Taschenrechner) und einen Wahlteil aufgeteilt. Der Pflichtteil ist für alle Schülerinnen und Schüler verpflichtend, wobei die Arbeitszeit innerhalb der insgesamt zur Verfügung stehenden 200 Minuten frei gewählt werden kann. Er enthält mehrere „kleinere“ Aufgaben aus der Analysis oder ein lineares Gleichungssystem. Nachdem der Pflichtteil verbindlich abgegeben wurde, erhält die Schülerin bzw. der Schüler als Hilfsmittel einen WTR und die Merkhilfe zur Bearbeitung der Aufgaben im Wahlteil. *Wichtig:* Aus dem Pflichtteil darf nun keine Aufgabe mehr gelöst werden!

Die Aufgaben (im Pflicht- und im Wahlteil) umfassen folgende Funktionstypen und Themengebiete:

- ganzrationale Funktionen
- Exponentialfunktionen
- trigonometrische Funktionen
- lineare Gleichungssysteme
- Lösen von Gleichungen

Aus den drei Aufgaben für den Wahlteil wählt die Schülerin bzw. der Schüler zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Damit der Prüfling „in Ruhe“ selbstständig eine Auswahl vornehmen kann, ist eine Einlesezeit von 20 Minuten in der Prüfungszeit vorgesehen. Der Prüfling darf diese Einlesezeit jedoch auch als Rechenzeit z. B. im Pflichtteil nutzen. Für jede Aufgabe sollte ein neues Blatt begonnen und vor der Abgabe entsprechend sortiert werden. Die Punkte sind so verteilt, dass pro 2 Minuten Bearbeitungszeit 1 Punkt vergeben wird. Der Prüfling kann sich anhand der bereits bearbeiteten Aufgaben ausrechnen, ob er noch gut in der Zeit liegt. Die in der Tabelle (siehe unten) angegebenen Zeitrichtwerte sind daher nur als Empfehlung zu verstehen. Eine Pause zwischen den Aufgaben findet nicht statt.

Aufbau der Prüfungsaufgaben

Der Pflichtteil muss komplett bearbeitet werden. Von den drei Aufgaben des Wahlteils müssen zwei ausgewählt und bearbeitet werden.

Aufgabe	Stoffgebiet	Schüler erhält	Erreichbare Punkte	Zeitrichtlinie (Minuten)
Pflichtteil (mit Einlesezeit zur Aufgabenauswahl)				20
1	Analysis	diese Aufgabe	30	60
Wahlteil				
2	Analysis	diese Aufgabe	30	60
3	Analysis	diese Aufgabe	30	60
4	Analysis	diese Aufgabe	30	60
Vom Prüfling sind der Pflichtteil und zwei der drei Aufgaben aus dem Wahlteil zu bearbeiten.			90	200

Zugelassene Hilfsmittel

Neben Schreib- und Zeichengeräten ist ausschließlich im Wahlteil zusätzlich erlaubt:

- die Merkhilfe
- ein Taschenrechner (WTR) inkl. Bedienungsanleitung

Ein GTR- oder ein CAS-Rechner ist weder im Pflicht- noch im Wahlteil erlaubt.

Bewertung der Prüfungsarbeiten

Die Korrektur einer Prüfungsarbeit erfolgt in drei Stufen.

Erstkorrektur: Sie wird grundsätzlich vom Fachlehrer, der die Schüler unterrichtet hat, durchgeführt. Er korrigiert und bewertet die Arbeiten.

Zweitkorrektur: Ein weiterer Fachlehrer korrigiert und bewertet die Arbeiten ebenfalls, ohne aber die Punkteverteilung des Erstkorrektors zu kennen.

Notenfindung: Bei Abweichungen von Erst- und Zweitkorrektur einigen sich die beiden Fachlehrer auf eine Note. Ist der Unterschied nur eine halbe Note, so ist die bessere Note die Prüfungsnote.

Der Prüfling bearbeitet drei Aufgaben (Pflichtteil und zwei Aufgaben aus dem Wahlteil). Bei jeder Aufgabe sind maximal 30 Punkte zu erreichen. Die Umrechnung der Punkte in Notenstufen wird nach folgendem verbindlichen Schlüssel vorgenommen:

Note	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Punkte	90–83	82–75	74–67	66–59	58–51	50–42	41–33	32–24	23–15	14–6	5–0

Inhalte und Schwerpunktthemen

In der folgenden Übersicht sind die wesentlichen Schwerpunktthemen für die schriftliche Fachhochschulreifeprüfung stichpunktartig aufgeführt. Diese Auflistung gibt einen Überblick über den prüfungsrelevanten Lehrstoff, ersetzt jedoch nicht den ausführlichen Lehrplan für das Fach Mathematik. Die Zusammenstellung kann jedoch bei der Vorbereitung auf die Fachhochschulreifeprüfung als Leitfaden für die verbindlichen Inhalte und wichtigsten mathematischen Begriffe dienen.

Funktionen und ihre Schaubilder, zugehörige Gleichungen

Funktionstypen

- Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten, z. B. $f(x) = ax^3$
- Polynomfunktionen, z. B. dritten Grades $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- Exponentialfunktionen $f(x) = ae^{kx} + b$
- Trigonometrische Funktionen $f(x) = a \sin(bx) + d$, $g(x) = a \cos(bx) + d$

Schaubild von Funktionen

- globales Verhalten
- gemeinsame Punkte mit den Koordinatenachsen
- gemeinsame Punkte mit anderen Schaubildern
- Symmetrie zum Ursprung bzw. zur y-Achse
- Verschiebung und Streckung in x- und y-Richtung
- Spiegelung an der x-Achse
- asymptotisches Verhalten
- Periodizität
- durchschnittliche und momentane Änderungsrate

Lösen von Gleichungen

- näherungsweise: grafisch, experimentell, iterativ
- exakt: Äquivalenzumformungen, Lösungsformel, Faktorisieren, Substitution

Lineare Gleichungssysteme

- Lösungsverfahren
- Lösungsvielfalt von linearen Gleichungssystemen

Differenzial- und Integralrechnung

Funktionstypen

- Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- Polynomfunktionen
- Exponentialfunktionen $f(x) = ae^{kx} + b$
- Trigonometrische Funktionen $f(x) = a \sin(bx) + d$, $g(x) = a \cos(bx) + d$

Fachhochschulreife Mathematik (Berufskolleg Baden-Württemberg)
Hauptprüfung 2020 – Analysisaufgaben (Teil 2): Aufgabe 3

Punkte

Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = 0,5e^{0,5x} - x + 1,5$, $x \in \mathbb{R}$.

Ihr Schaubild ist K_h .

3.1 Zeichnen Sie K_h für $-2 \leq x \leq 5$. 3

3.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Extrempunktes von K_h .

Das Schaubild von K_h soll verschoben werden:

a) in y -Richtung, so dass das Schaubild durch den Ursprung verläuft,

b) so, dass der Extrempunkt im Ursprung liegt.

Geben Sie jeweils einen neuen Funktionsterm an. 8

3.3 Prüfen Sie, ob die Tangente an K_h in $x=3$ einen positiven y -Achsenabschnitt hat. 4

Vom Schaubild K_f der Funktion f mit $f(x) = 2\cos(bx) + d$, $x \in \mathbb{R}$, ist bekannt, dass der Punkt $P(3|3)$ auf K_f liegt.

3.4 Bestimmen Sie jeweils b und d so,

a) dass K_f in P einen Hochpunkt hat.

b) dass K_f in P einen Tiefpunkt hat. 4

Sei ab jetzt $b = \frac{\pi}{2}$ und $d = -1$.

3.5 Bestimmen Sie die ersten beiden positiven Nullstellen von f .

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die K_f mit der x -Achse zwischen diesen beiden Nullstellen einschließt. 8

3.6 Bestimmen Sie einen x -Wert so, dass der Funktionswert der Funktion d mit $d(x) = h(x) - f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ kleiner als 0,2 ist. 3

30

Tipps und Hinweise

Aufgabenteil 3.1

Zeichnung

- Zur Bestimmung von Kurvenpunkten benutzen Sie die Table-Taste des WTR. Beachten Sie die beiden Intervallgrenzen -2 und 5 .
- Übertragen Sie die Punkte und verbinden Sie diese sinnvoll.

Aufgabenteil 3.2

Extrempunkt

- Bestimmen Sie $h'(x)$ und $h''(x)$.
- Für die Berechnung eines Extrempunktes gilt: $h'(x)=0$ und $h''(x) \neq 0$

a) Verschiebung in y-Richtung

- Berechnen Sie den Schnittpunkt S_y von K_h mit der y-Achse. Beachten Sie: $S_y(0|h(0))$
- Verschieben Sie K_h um $h(0)=2$ nach unten.
- Bestimmen Sie den neuen Funktionsterm. Beachten Sie in der Merkhilfe in Kapitel 4 („Funktionen und zugehörige Gleichungen“) im Abschnitt „Transformationen“ den Punkt „Verschiebung“.

b) Verschiebung in y- und x-Richtung

- Die Koordinaten des Tiefpunktes T von K_h sind $T(x_T|y_T)$, wobei $x_T=2\ln(4)$ und $y_T=3,5-2\ln(4)$.
- Verschieben Sie K_h um y_T nach unten und um x_T nach links.
- Bestimmen Sie den neuen Funktionsterm. Beachten Sie in der Merkhilfe in Kapitel 4 („Funktionen und zugehörige Gleichungen“) im Abschnitt „Transformationen“ den Punkt „Verschiebung“.

Aufgabenteil 3.3

1. Möglichkeit

- Fertigen Sie eine Skizze von K_h an.
- Zeichnen Sie die Sekante s durch den Ursprung und $B(3|h(3))$ ein.
- Zeichnen Sie die Tangente t in B ein.
- Berechnen Sie die Steigung von s und die Steigung von t.
- Was können Sie aus diesen beiden Werten schließen?

2. Möglichkeit

- Bestimmen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes B.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente mit $y=m(x-x_B)+y_B$.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Tangente mit der y-Achse.

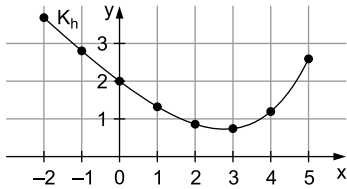
Lösung

3.1 Zeichnung

Funktionsterm: $h(x) = 0,5e^{0,5x} - x + 1,5$

Wertetabelle:

	S_y							
x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
h(x)	3,7	2,8	2	1,3	0,9	0,7	1,2	2,6



3.2 Extrempunkt

Ableitungen:

$$h'(x) = 0,5e^{0,5x} \cdot \underbrace{0,5}_{\text{innere Ableitung}} - 1 = 0,25e^{0,5x} - 1$$

$$h''(x) = 0,25e^{0,5x} \cdot \underbrace{0,5}_{\text{innere Ableitung}} = 0,125e^{0,5x}$$

Bedingung für Extrempunkt: $h'(x) = 0$ und $h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h'(x) = 0 &\Leftrightarrow 0,25e^{0,5x} - 1 = 0 && | \cdot 4 \\ &\Leftrightarrow e^{0,5x} - 4 = 0 && | + 4 \\ &\Leftrightarrow e^{0,5x} = 4 && | \ln() \\ &\Leftrightarrow 0,5x = \ln(4) && | \cdot 2 \\ &\Leftrightarrow x = 2\ln(4) \approx 2,77 \end{aligned}$$

Mit

$$h(2\ln(4)) = 0,125e^{\underbrace{0,5 \cdot 2\ln(4)}_{=4}} = 0,5 \neq 0 \text{ und}$$

$$h(2\ln(4)) = 0,5e^{\underbrace{0,5 \cdot 2\ln(4)}_{=4}} - 2\ln(4) + 1,5 = 3,5 - 2\ln(4)$$

folgt:

$$\underline{\underline{E(2\ln(4) | 3,5 - 2\ln(4))}}$$

- a) Verschiebung in **y-Richtung** so, dass das Schaubild durch den Ursprung 0 verläuft:

Schnittpunkt von K_h mit der y-Achse:

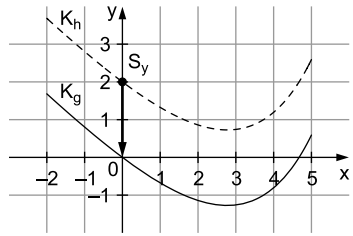
$$h(0) = 2 \Rightarrow S_y(0|2)$$

Formel für Verschiebung in y-Richtung:

$$g(x) = h(x) + d$$

Verschiebung in y-Richtung um 2 nach unten: $d = -2$

$$\text{Ergebnis: } g(x) = h(x) - 2 = \underbrace{0,5e^{0,5x} - x + 1,5}_{=h(x)} - 2 = \underline{\underline{0,5e^{0,5x} - x - 0,5}}$$



- b) Verschiebung so, dass der Extrempunkt T im Ursprung 0 liegt:

Tiefpunkt von K_h (siehe oben):

$$T(2\ln(4) | 3,5 - 2\ln(4))$$

Verschiebung von K_h in y-Richtung:

$$3,5 - 2\ln(4) \text{ nach unten}$$

$$k(x) = h(x) - (3,5 - 2\ln(4)) = \underbrace{0,5e^{0,5x} - x + 1,5}_{=h(x)} - 3,5 + 2\ln(4)$$

$$= 0,5e^{0,5x} - x - 2 + 2\ln(4)$$

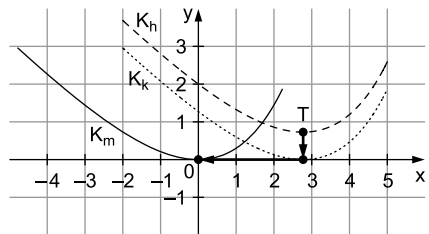
Verschiebung von K_k in x-Richtung:

$$2\ln(4) \text{ nach links}$$

$$\text{Ergebnis: } m(x) = k(x + 2\ln(4))$$

$$= 0,5e^{0,5 \cdot (x + 2\ln(4))} - (x + 2\ln(4)) - 2 + 2\ln(4)$$

$$= \underline{\underline{0,5e^{0,5x + \ln(4)} - x - 2 = 2e^{0,5x} - x - 2}}$$



3.3 Funktion:

$$h(x) = 0,5e^{0,5x} - x + 1,5$$

Erste Ableitung:

$$h'(x) = 0,25e^{0,5x} - 1$$

Berührungspunkt B:

$$h(3) = 0,5e^{0,5 \cdot 3} - 3 + 1,5 = 0,5e^{1,5} - 1,5 \approx 0,74$$

$$\Rightarrow B(\underbrace{3}_{x_B} | \underbrace{0,5e^{1,5} - 1,5}_{y_B})$$

Steigung m der Tangente: $m = h'(3) = 0,25e^{0,5 \cdot 3} - 1 = 0,25e^{1,5} - 1 \approx 0,12$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK