

2024 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Baden-Württemberg

Mathematik

- + *Basiswissen mit Übungen*
- + *Aktuelle Original-Prüfungen*
- + *Lernvideos*

STARK

Inhalt

Lernvideos und Animationen

Vorwort

Hinweise zur Prüfung

Hinweise und Tipps

Training Grundwissen	1
1 Rechengrundlagen	3
1.1 Rechenreihenfolge	3
1.2 Klammern und binomische Formeln	4
1.3 Bruchrechnen	6
1.4 Potenzen	8
1.5 Wurzeln	11
1.6 Termumformungen mit reellen Zahlen	14
2 Gleichungen	15
2.1 Lineare Gleichungen	15
2.2 Lineare Gleichungssysteme (LGS)	16
2.3 Quadratische Gleichungen	19
2.4 Bruchgleichungen	21
3 Funktionen	23
3.1 Lineare Funktionen	23
3.2 Quadratische Funktionen – nach oben geöffnete und verschobene Normalparabeln	29
3.3 Quadratische Funktionen – gestreckte/gestauchte Parabeln	37
3.4 Typische Aufgabenstellungen zu Funktionen	41
3.5 Modellieren mit Funktionen	48
4 Geometrie und Trigonometrie	50
4.1 Einheiten und Maßstab	50
4.2 Satz des Pythagoras	52
4.3 Strahlensatz	54
4.4 Winkelfunktionen	57
4.5 Geometrieaufgaben lösen	60
4.6 Flächen	63
4.7 Körper	73
4.8 Vermischte Aufgaben	88
5 Einheitskreis und Sinusfunktion	89
6 Regelmäßige Folgen – Muster	92

7	Sachrechnen	97
7.1	Prozentrechnung	97
7.2	Vermehrter und verminderter Grundwert	101
7.3	Zinsrechnung	105
7.4	Zinseszinsen	107
8	Statistik – Häufigkeiten, Kennwerte und Boxplots	109
9	Wahrscheinlichkeitsrechnung	112
9.1	Ergebnis, Ereignis und Wahrscheinlichkeit	112
9.2	Baumdiagramm und Pfadregeln	114
9.3	Erwartungswert	119
Original-Abschlussprüfungen		125

Realschulabschluss 2022 2022-1

Realschulabschluss 2023 www.stark-verlag.de/mystark

Um dir die Prüfung 2023 schnellstmöglich zur Verfügung stellen zu können, wird diese in digitaler Form veröffentlicht.

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Autoren:

Christian Schindler, Dieter Gauß, Lukas Hellinger

Lernvideos und Animationen

Im Hinblick auf eine eventuelle Begrenzung deines Datenvolumens empfehlen wir, dass du dich beim Ansehen der Videos im WLAN befindest. Hast du keine Möglichkeit, den QR-Code zu scannen, findest du die Lernvideos auch unter:

https://www.stark-verlag.de/qrcode/lernvideos_08100

Themen der Lernvideos und interaktiven Animationen:

- ▶ Strahlensätze
- ▶ Diagramme
- ▶ Lineare Funktionen (Geraden)
- ▶ Verschobene Normalparabel
- ▶ Gestreckte/Gestauchte Parabel
- ▶ Boxplot
- ▶ Baumdiagramm

Auf die Videos/Animationen und alle anderen digitalen Zusätze zu diesem Band kann auch auf www.stark-verlag.de/mystark zugegriffen werden. Der Zugangscodex ist auf der Umschlaginnenseite vorne im Buch zu finden.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich langfristig und nachhaltig auf die zentrale Abschlussprüfung in Mathematik vorbereiten.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig. Die Aufgaben in der Prüfung bauen auf einem möglichst breiten Wissen auch aus früheren Jahrgangsstufen auf. Die Prüfungsvorbereitung sollte deshalb eine Gesamtwiederholung darstellen.

- ▶ Das Buch beginnt mit einem ausführlichen **Trainingsteil**, in dem du sowohl den grundlegenden Stoff der früheren Klassen wiederholen als auch die Inhalte der 9. und 10. Jahrgangsstufe festigen kannst. Die einzelnen Kapitel bieten dir die Möglichkeit, dich auf sämtliche prüfungsrelevante Bereiche intensiv vorzubereiten. In den Kapiteln findest du insgesamt über 140 Aufgaben, anhand derer du deine Fähigkeiten ganz gezielt trainieren kannst. Herausfordernde Aufgaben sind mit einem * gekennzeichnet.
- ▶ Im letzten Kapitel findest du die **Original-Abschlussprüfung 2022**, die **Original-Abschlussprüfung 2023** steht dir auf der Plattform **MyStark** (www.stark-verlag.de/mystark) zum Download zur Verfügung (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite). Hier hast du die Möglichkeit, unter Prüfungsbedingungen zu üben. Versuche die Aufgaben in der vorgegebenen Zeit und nur mit den zugelassenen Hilfsmitteln zu lösen. Genaueres zu den Prüfungsmodalitäten findest du im folgenden Kapitel. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.

Zu allen Aufgaben des Trainingsteils und zu den Original-Abschlussprüfungen gibt es in einem separaten Buch (Bestell-Nr. D08100L) ausführliche **Lösungen**, in denen jeder Rechenschritt erklärt ist. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten. Beachte: Du solltest immer versuchen, die Lösung selbst zu finden, und erst dann mit dem Lösungsbuch vergleichen. Nur wenn man sich selbst anstrengt, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und man lernt dazu.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet. Du wirst sehen: Übung macht den Meister!

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschlussprüfung 2024 vom Schulministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der Plattform MyStark.

Die Autoren und der Stark Verlag wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!

Merke**Schnittpunkte zweier Funktionen berechnen**

- Gleichsetzen der Funktionsterme
- Berechnung der x-Koordinate(n)
- Einsetzen der x-Koordinate(n) in eine Funktionsgleichung und Berechnung der y-Koordinate(n)

Hinweis: Es kann zwei, einen oder keine Schnittpunkt(e) geben. Zwei Schnittpunkte sind nur möglich, wenn mindestens eine der Funktionen quadratisch ist.

Beispiele

1. Bestimme den Schnittpunkt S der Funktionen $g: y=0,4x-3$ und $h: y=-0,8x+3$.

Lösung:

Bestimmung der Koordinaten des Schnittpunkts S:

$$g = h$$

$$0,4x - 3 = -0,8x + 3 \quad | +3$$

$$0,4x = -0,8x + 6 \quad | +0,8x$$

$$1,2x = 6 \quad | :1,2$$

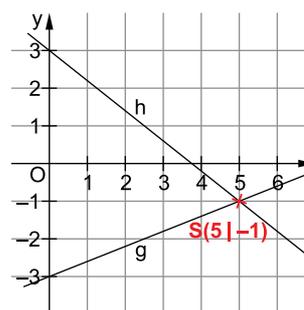
$$x = \underline{5}$$

$$x=5 \text{ in } g: y = 0,4 \cdot 5 - 3$$

$$y = \underline{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(5|-1)}}$$

Skizze:



2. Bestimme die Schnittpunkte P und Q der Funktionen $g: y=0,5x+1$ und $p: y=-0,25x^2+3$.

Lösung:

Bestimmung der Koordinaten der Schnittpunkte P und Q:

$$g = p$$

$$0,5x + 1 = -0,25x^2 + 3 \quad | +0,25x^2 \quad | -3$$

$$0,25x^2 + 0,5x - 2 = 0 \quad | :0,25$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-8)}$$

$$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{1+8}$$

$$x_{1/2} = -1 \pm 3$$

$$x_1 = \underline{2}; \quad x_2 = \underline{-4}$$

$$x_1 = 2 \text{ in } g: \quad y_1 = 0,5 \cdot 2 + 1 = \underline{2}$$

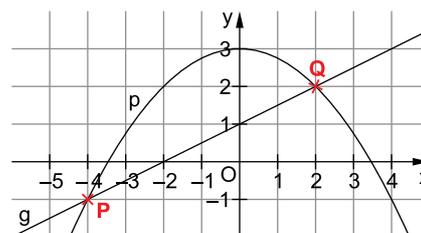
$$x_2 = -4 \text{ in } g: \quad y_2 = 0,5 \cdot (-4) + 1 = \underline{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P(-4|-1)}} \text{ und } \underline{\underline{Q(2|2)}}$$

Man könnte auch mit $|\cdot 4$ umformen, also mit dem Kehrwert multiplizieren.

Hier nimmt man zum Einsetzen die deutlich einfachere lineare Funktion.

Skizze:



Merke

Abstand von zwei Punkten berechnen

Der Abstand der Punkte $P_1(x_1 | y_1)$ und $P_2(x_2 | y_2)$ entspricht der Länge der Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck P_1P_2Q mit $Q(x_2 | y_1)$:

$$d(P_1; P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ LE}$$

Hinweise:

- Abstände im Koordinatensystem werden in LE (Längeneinheiten) angegeben. Hier darf gerundet werden.
- Haben die Punkte P_1 und P_2 eine gleiche Koordinate, kann man den Abstand natürlich schneller über die Differenz der jeweils anderen Koordinaten bestimmen.

Beispiel

Bestimme den Abstand der Punkte $P_1(-3 | 4)$ und $P_2(2 | -1)$.

Lösung:

$$d(P_1; P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d(P_1; P_2) = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (-1 - 4)^2}$$

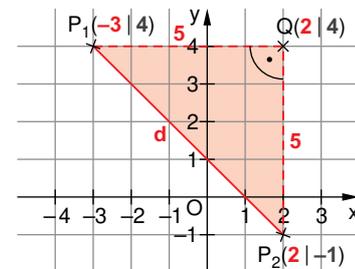
$$d(P_1; P_2) = \sqrt{(-5)^2 + 5^2}$$

$$d(P_1; P_2) = \sqrt{50}$$

$$d(P_1; P_2) = \underline{\underline{7,1 \text{ LE}}}$$

Es ist egal, welche Koordinaten man zuerst einsetzt. Durch das Quadrieren wird das eventuelle Vorzeichen aufgehoben. Aufpassen muss man lediglich, dass man x- und y-Koordinaten nicht vermischt.

Skizze:



Merke

Berechnung von Flächeninhalten oder Umfängen begrenzt von Graphen

- Eckpunkte und Begrenzungslinien der untersuchten Figur feststellen
- Über die Koordinaten der Eckpunkte – ggf. muss man sie berechnen – fehlende Längen bestimmen und Umfang/Fläche berechnen

Hinweis: Flächeninhalte im Koordinatensystem werden in FE (Flächeneinheiten) angegeben. Hier darf gerundet werden.

Beispiel

Die Funktion $h: y = -0,8x + 3$ schließt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck ein. Berechne dessen Flächeninhalt.

Lösung:

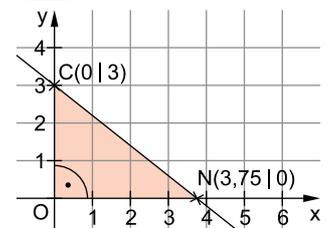
Das Dreieck hat den Ursprung $O(0 | 0)$ und die Schnittpunkte $C(0 | c)$ und $N(x_N | 0)$ von Gerade h mit der y- bzw. x-Achse als Eckpunkte. Es ist daher rechtwinklig im Ursprung O .

Berechnung der Nullstelle x_N von Gerade h :

$$\begin{array}{l|l} y = -0,8x + 3 & | y = 0 \\ 0 = -0,8x_N + 3 & | -3 \\ -3 = -0,8x_N & | :(-0,8) \end{array}$$

$$x_N = \frac{-3}{-0,8} = \underline{\underline{3,75}}$$

Skizze:



Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks:

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

Flächeninhaltsformel für rechtwinklige Dreiecke

$$A = \frac{\overline{ON} \cdot \overline{CO}}{2}$$

$$\left| \begin{array}{l} \overline{ON} = x_N \text{ LE} = 3,75 \text{ LE} \\ \overline{CO} = c \text{ LE} = 3 \text{ LE} \end{array} \right.$$

$$A = \frac{3,75 \cdot 3}{2}$$

$$A = \frac{11,25}{2}$$

$$A = 5,625$$

$$A = \underline{\underline{5,6 \text{ FE}}}$$

Bei Abständen und Flächeninhalten darf gerundet werden.

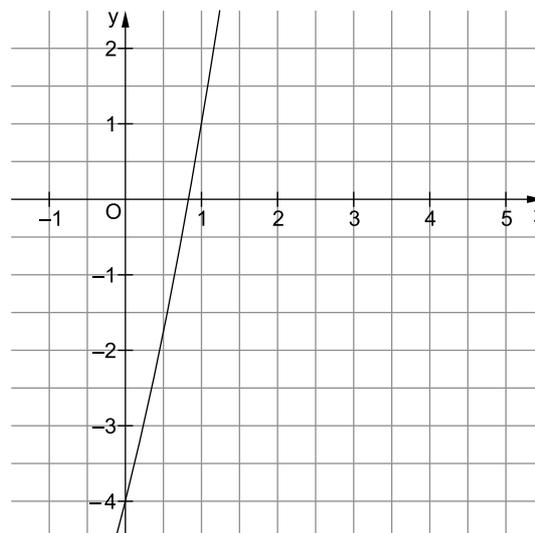
Tipp

- Die folgenden Aufgaben bestehen wie die Aufgaben in der Abschlussprüfung aus mehreren Teilen. Bestimme zunächst die Aufgabenteile und ordne sie einem der oben genannten Aufgabentypen zu.

Aufgaben

37

Bestimme die Funktionsgleichung zur abgebildeten Normalparabel p .
Bestimme die x -Koordinaten der Parabelpunkte mit y -Koordinate 28.



38

Gegeben ist die Parabel p mit der Funktionsgleichung $p: y = (x + 0,5)^2 - 6,25$.
Überprüfe, ob der Punkt $P(4 | 11)$ auf der Parabel p liegt.
Bestimme außerdem die Schnittpunkte N_1 und N_2 von Parabel p mit der x -Achse.
Parabel p verläuft durch den Punkt $Q(-6 | y_Q)$. Punkt Q und die Punkte N_1 und N_2 bilden ein Dreieck N_1N_2Q .
Berechne dessen Flächeninhalt A .

39

Die Gerade $g: y = 2x$ schneidet Parabel $p_1: y = x^2 + x - 6$ in den Punkten T und V .
Bestimme die Koordinaten von T und V sowie deren Abstand.
Durch die Punkte T und V geht eine Parabel p_2 der Form $y = ax^2 + c$.
Bestimme die Funktionsgleichung von p_2 .

**Realschulabschluss Baden-Württemberg
Mathematik 2022**

Pflichtteil A 1

1,5 Punkte

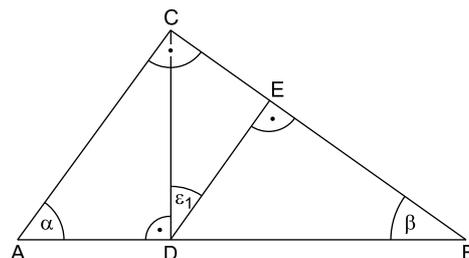
Pflichtteil A 1 – Aufgabe 1

Vervollständigen Sie die Gleichungen. 

a) $\sin \alpha = \frac{\boxed{}}{\overline{AB}}$

b) $\boxed{} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}}$

c) $\cos \varepsilon_1 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$



1,5 Punkte

Pflichtteil A 1 – Aufgabe 2

Eine quadratische Pyramide mit der Grundkante $a=6$ cm und der Körperhöhe $h=4$ cm wird vollständig mit Wasser gefüllt.

- Berechnen Sie das Volumen der Wassermenge.
- Die Wassermenge wird in ein quadratisches Prisma umgefüllt.
Die Grundkante des quadratischen Prismas beträgt 4 cm.
Wie hoch steht das Wasser im Prisma?

1,5 Punkte

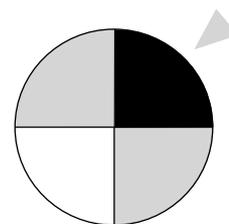
Pflichtteil A 1 – Aufgabe 3

Ein Glücksrad mit vier gleich großen Feldern ist weiß, schwarz und grau gefärbt.

Es wird zweimal nacheinander gedreht.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.

- $P(\text{zweimal weiß})$
- $P(\text{grau und schwarz})$



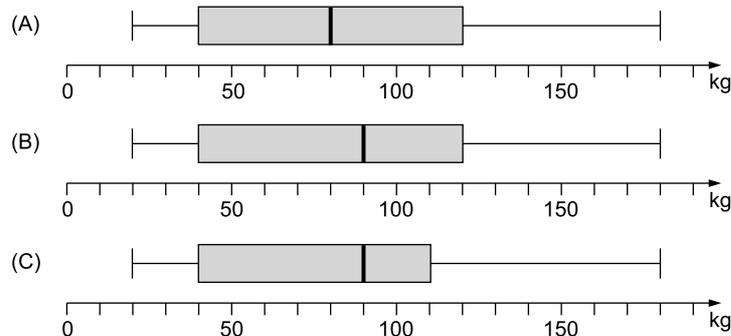
1,5 Punkte

Pflichtteil A 1 – Aufgabe 4

Welcher der drei Boxplots gehört zur abgebildeten Rangliste?

Begründen Sie mithilfe der Kennwerte.

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Gewicht (in kg)	20	30	30	40	50	80	90	100	110	120	150	160	180



1,5 Punkte

Pflichtteil A 1 – Aufgabe 5

Berechnen Sie den Term.

$$58 \cdot 10^4 + 42 \cdot 10^4$$

Kreuzen Sie das zum Ergebnis zugehörige Zahlwort an. 

1 Million 10 Millionen 1 Milliarde

1 Punkt

Pflichtteil A 1 – Aufgabe 6

Emma legt Muster aus Kärtchen.

Die ersten drei Muster hat sie bereits gelegt.



(1.)



(2.)



(3.)

a) Geben Sie die Anzahl der Kärtchen für das 7. Muster an ($n=7$).

b) Eine der folgenden Formeln kann zur Berechnung der Anzahl der Kärtchen bei allen Mustern verwendet werden.

Welche Formel sollte Emma auswählen?

$s = 3n - 2$ $s = n^2$ $s = n^2 + n - 2$ $\rightarrow n$ gibt die Stelle des jeweiligen Musters an.
 $\rightarrow s$ ist die Summe der einzelnen Kärtchen.

1,5 Punkte

Pflichtteil A 1 – Aufgabe 7

Ein Paar Sportschuhe kostet 120 €.

Im Rahmen einer Rabattaktion wird der Preis um 30 % reduziert.

Anschließend wird der reduzierte Preis nochmals um 20 % gesenkt.

Liam behauptet: „Die Sportschuhe kosten somit nur noch die Hälfte des ursprünglichen Preises.“

Hat Liam recht?

Begründen Sie Ihre Entscheidung durch Rechnung oder Argumentation.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK