2024 MSA

Mittlerer Schulabschluss

MEHR ERFAHREN

Schleswig-Holstein

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Training Grundwissen

Original-Abschlussprüfung

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den benötigten Code findest du auf der Umschlaginnenseite.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **MSA 2024 – Mathematik – Schleswig-Holstein** (Best.-Nr. D01100) mit **Interaktivem Training**. Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autorinnen und Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

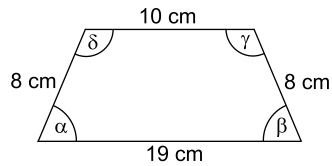
Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

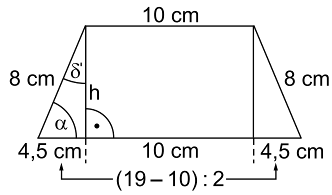
Autorinnen und Autoren:
Jörg Collenburg, Doris Cremer, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

111 Gegeben: $a = 19$ cm
$c = 10$ cm
$b = d = 8$ cm

Gesucht: α; β; γ; δ; A



Im gleichschenkligen Trapez ist $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$.
Durch Einzeichnen der Höhe h findet man ein rechtwinkliges Dreieck:



Berechnung von α mit dem Kosinus:

$$\cos\alpha = \frac{4,5}{8}$$
$$\alpha \approx 55,77°$$

Berechnung von δ' mit dem Sinus:

$$\sin\delta' = \frac{4,5}{8}$$
$$\delta' \approx 34,23°$$

Berechnung von δ:
$\delta = 90° + \delta' = 90° + 34,23° = 124,23°$

Berechnung der Höhe h mit dem Satz des Pythagoras:

$$4,5^2 + h^2 = 8^2 \qquad \big| -4,5^2$$
$$h^2 = 8^2 - 4,5^2 \qquad \big| \sqrt{}$$
$$h = \sqrt{8^2 - 4,5^2}$$
$$h \approx 6,61$$

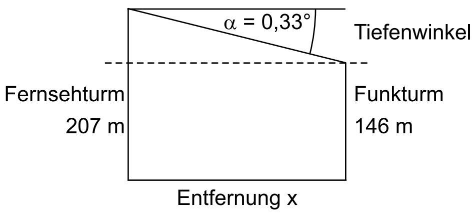
Berechnung des Flächeninhaltes A:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{19+10}{2} \cdot 6,61 \approx 95,85$$

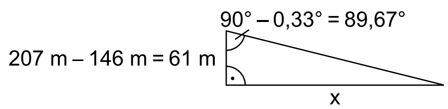
Ergebnis: $\alpha = 55,77°$; $\beta = 55,77°$; $\gamma = 124,23°$; $\delta = 124,23°$; $A = 95,85\ \text{cm}^2$

---

112 Skizze:



Berechnung von x mit dem Tangens:



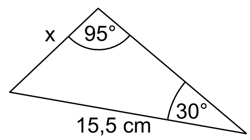
$$\tan 89,67° = \frac{x}{61} \qquad \big| \cdot 61$$
$$\tan 89,67° \cdot 61 = x$$
$$x \approx 10\,590,92$$

Der Funkturm ist ungefähr 10,59 km vom Fernsehturm entfernt.

---

113 a) Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz

Berechnung der Länge der Strecke x:



$$\frac{15,5}{\sin 95°} = \frac{x}{\sin 30°} \qquad \big| \cdot \sin 30°$$
$$x = \frac{15,5 \cdot \sin 30°}{\sin 95°}$$
$$x \approx 7,78$$

Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:
$\alpha = 180° - 95° - 30° = 55°$

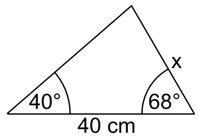
Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \cdot x \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \cdot 7,78 \cdot \sin 55° \approx 49,39$$

b) Gegeben: WSW $\rightarrow$ Sinussatz

Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:

$\gamma = 180° - 40° - 68° = 72°$



Berechnung der Länge der Strecke x:

$$\frac{40}{\sin 72°} = \frac{x}{\sin 40°} \quad \Big| \cdot \sin 40°$$

$$x = \frac{40 \cdot \sin 40°}{\sin 72°}$$

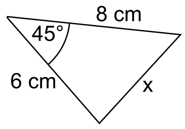
$$x \approx 27{,}03$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot x \cdot \sin 68° = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 27{,}03 \cdot \sin 68° \approx 501{,}24$$

c) Gegeben: SWS $\rightarrow$ Kosinussatz

Berechnung der Länge der Strecke x:



$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45° \quad \Big| \sqrt{}$$

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45°}$$

$$x \approx 5{,}67$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45° \approx 16{,}97$$

114

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha \quad \Big| -b^2 - c^2$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha \quad \Big| : (-2 \cdot b \cdot c)$$

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c} = \cos\alpha$$

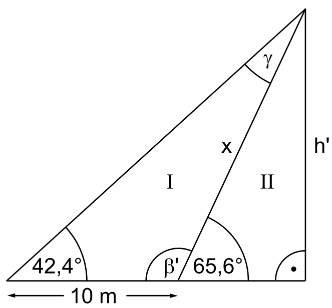
$$\cos\alpha = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c}$$

---

115 Bestimmung aller Winkel im Teildreieck I:

Berechnung von β' als Nebenwinkel von β:

$\beta' = 180° - \beta = 180° - 65{,}6° = 114{,}4°$



Berechnung von γ mit der Winkelsumme:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta' = 180° - 42{,}4° - 114{,}4° = 23{,}2°$

Berechnung von x im Teildreieck I:

Gegeben: WSW $\rightarrow$ Sinussatz

$$\frac{\overline{AB}}{\sin\gamma} = \frac{x}{\sin\alpha} \quad \Big| \cdot \sin\alpha$$

$$x = \frac{\overline{AB} \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$x = \frac{10 \cdot \sin 42{,}4°}{\sin 23{,}2°}$$

$$x \approx 17{,}12$$

Berechnung von h' im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin\beta = \frac{h'}{x} \quad \Big| \cdot x$$

$$h' = \sin\beta \cdot x$$

$$h' = \sin 65{,}6° \cdot 17{,}12$$

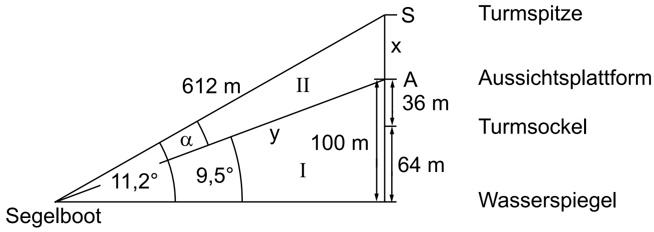
$$h' \approx 15{,}59$$

Berechnung von h:
$h = 15{,}59 + 1{,}60 = 17{,}19$

Die Kletterwand ist 17,19 m hoch.

---

116 Berechnung von y im rechtwinkligen Teildreieck I:



$$\sin 9{,}5° = \frac{100}{y} \qquad \Big|\cdot y \quad \Big|: \sin 9{,}5°$$

$$y = \frac{100}{\sin 9{,}5°}$$

$$y \approx 605{,}89$$

Berechnung von α:
$\alpha = 11{,}2° - 9{,}5° = 1{,}7°$

Berechnung von x im Teildreieck II:
Gegeben: SWS → Kosinussatz

$$x^2 = 612^2 + 605{,}89^2 - 2 \cdot 612 \cdot 605{,}89 \cdot \cos 1{,}7° \qquad \Big|\sqrt{}$$

$$x = \sqrt{612^2 + 605{,}89^2 - 2 \cdot 612 \cdot 605{,}89 \cdot \cos 1{,}7°}$$

$$x \approx 19{,}07$$

oder

Berechnung von x im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin 11{,}2° = \frac{100 + x}{612} \qquad \Big|\cdot 612$$

$$\sin 11{,}2° \cdot 612 = 100 + x \qquad \Big|-100$$

$$x = \sin 11{,}2° \cdot 612 - 100$$

$$x \approx 18{,}87$$

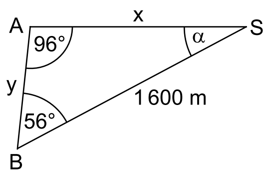
Hinweis: Die unterschiedlichen Ergebnisse für x sind die Folge von Rundungen.

Höhe des Turmes:
$x + 36 = 19 + 36 = 55$

Der Grunewaldturm ist 55 m hoch.

---

117 Berechnung von x:
Gegeben: WWS → Sinussatz



$$\frac{1\,600}{\sin 96°} = \frac{x}{\sin 56°} \qquad \Big|\cdot \sin 56°$$

$$x = \frac{1\,600 \cdot \sin 56°}{\sin 96°}$$

$$x \approx 1\,333{,}77$$

Berechnung von α mit Winkelsumme:
$\alpha = 180° - 96° - 56° = 28°$

Berechnung von y:
Gegeben: WWS → Sinussatz

$$\frac{1\,600}{\sin 96°} = \frac{y}{\sin 28°} \qquad \Big|\cdot \sin 28°$$

$$y = \frac{1\,600 \cdot \sin 28°}{\sin 96°}$$

$$y \approx 755{,}29$$

Länge der Gesamtstrecke:
$1\,600 + 1\,333{,}77 + 755{,}29 = 3\,689{,}06$

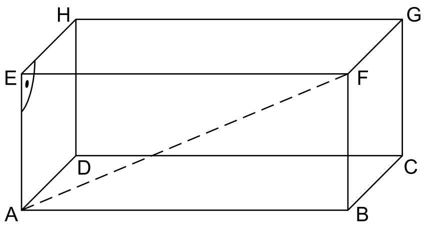
Die Schwimmstrecke ist rund 111 m kürzer als die tatsächliche Wettkampfstrecke.

Abschlussprüfung 2022

Heft 1 – A: Kurzformaufgaben

Hinweise und Tipps

A1 ☐ $\overline{AF}$ ☒ $\overline{EH}$ ☐ $\overline{DH}$



- Die Kante $\overline{AF}$ existiert gar nicht.
- Die Kante $\overline{EH}$ bildet einen rechten Winkel zu $\overline{AE}$ und steht damit senkrecht auf $\overline{AE}$.
- Die Kante $\overline{DH}$ verläuft parallel zu $\overline{AE}$.

A2

Anzahl	Dauer in h
15	100
60	**25**

Antiproportionale Zuordnung bedeutet, dass sich die Werte in der Tabelle gegenläufig entwickeln. Erinnere dich an den Zusammenhang „je mehr – desto weniger“.

	Anzahl	Dauer in h	
·4	15	100	:4
	60	25	

A3 *Mögliche Glücksspiele:*

- Drehen eines Glücksrads mit 5 gleich großen Feldern, wobei genau ein Feld als Gewinn ausgezeichnet ist.
- Ziehen aus einer Urne mit 5 Kugeln, wobei genau eine Kugel für den Gewinn steht.

P(Gewinn) = 20 % bedeutet:

$P(\text{Gewinn}) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

Alle Zufallsexperimente, bei denen eine von fünf Möglichkeiten zu einem Gewinn führt, haben eine Gewinnwahrscheinlichkeit von 20 %.

A4 Arithmetisches Mittel:

$5 + 20 + 15 + 10 + 12 + 15 + 21 = 98$

$98 : 7 = \mathbf{14}$

Median:

$5;\ 10;\ 12;\ \underbrace{15}_{\text{Median: }\mathbf{15}};\ 15;\ 20;\ 21$

Addiere für das arithmetische Mittel alle Werte und dividiere das Ergebnis dann durch die Anzahl der Werte.

Der Median ist der mittlere Wert der sortierten Reihe. Sortiere die Zahlen der Größe nach und wähle die mittlere Zahl aus.

A5 a)

	A	B	C	D	E
1	Fallzeit (s)	1	3	6	10
2	Fallstrecke (m)	5	45	**180**	**500**
3					

b) ☒ = C1 * C1 * 5

☐ = B1 * (1 + C1/100)

☐ = B2 * 5

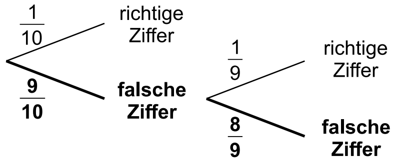
- Fehlender Wert in der Zelle D2:
  Quadriere den Wert aus der Zelle D1: $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$
  Multipliziere das Ergebnis mit 5: $36 \cdot 5 = 180$
- Fehlender Wert in der Zelle E2:
  Die Berechnung erfolgt auf dieselbe Weise.
  Quadriere den Wert aus der Zelle E1: $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
  Multipliziere das Ergebnis mit 5: $100 \cdot 5 = 500$

Die erste Formel ist richtig, da bei den beiden anderen Formeln Werte aus der Spalte B benutzt werden. Von diesen hängt die Fallstrecke in Zelle C2 aber laut der Regel gar nicht ab.

A6 ☐ $\frac{9}{10}$ ☒ $\frac{72}{90}$ ☐ $\frac{81}{100}$

✎ Hinweise und Tipps

Zeichne zunächst ein Baumdiagramm:



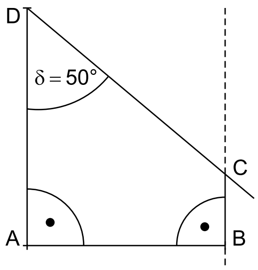
Für Julias erste Eingabe gibt es zehn Ziffern (0, 1, 2, …, 9). Da 9 Ziffern davon falsch sind, ist die Wahrscheinlichkeit dafür, falsch zu raten, $\frac{9}{10}$.

Beim zweiten Versuch fällt eine falsche Ziffer weg, es bleiben nur noch 9 Möglichkeiten für die richtige Ziffer übrig. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{8}{9}$ liegt Julia wieder falsch.

Berechne die Gesamtwahrscheinlichkeit mit der 1. Pfadregel:

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} = \frac{72}{90}$$

A7



Vorgehen:

Da $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (parallel zueinander) sein sollen, zeichne zunächst eine Parallele zu $\overline{AD}$ durch den Punkt B.

Berücksichtige, dass der Winkel δ im Punkt D anliegt. Trage im zweiten Schritt den Winkel $\delta = 50°$ in D an.

Verlängere den Schenkel des Winkels so weit, dass er einen Schnittpunkt C mit der eingezeichneten Parallelen bildet.

A8

	wahr	falsch
$14^0 = 1$	☒	☐
$\frac{2}{3} = 60\,\%$	☐	☒
$\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 10$	☒	☐
$(2^2)^3 = 64$	☒	☐

Laut Definition sind alle Potenzen mit Exponent 0 gleich 1, wenn die Basis eine Zahl ungleich 0 ist.

$\frac{1}{3} = 33{,}\bar{3}\,\%$, $\frac{2}{3} = 66{,}\bar{6}\,\%$

$\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{25} = 5 \;\Rightarrow\; \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$, $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

A9

☐ $g(x) = (x+3)^2 + 10$

☐ $h(x) = (x+3)^2 + 9$

☒ $i(x) = (x+3)^2 + 1$

Forme die Scheitelpunktformen in Normalform um und vergleiche mit $f(x) = x^2 + 6x + 10$.

$g(x) = (x+3)^2 + 10$
$g(x) = x^2 + 6x + 9 + 10$
$g(x) = x^2 + 6x + 19 \boldsymbol{\neq f(x)}$

$h(x) = (x+3)^2 + 9$
$h(x) = x^2 + 6x + 9 + 9$
$h(x) = x^2 + 6x + 18 \boldsymbol{\neq f(x)}$

$i(x) = (x+3)^2 + 1$
$i(x) = x^2 + 6x + 9 + 1$
$i(x) = x^2 + 6x + 10 \boldsymbol{= f(x)}$

Alternativ:

Bringe $f(x) = x^2 + 6x + 10$ mithilfe der quadratischen Ergänzung auf die Scheitelpunktform:

$$f(x) = x^2 + 6x + 10$$
$$f(x) = \underbrace{x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2}_{\text{1. Binom}} \underbrace{- 3^2}_{\text{quadr. Ergänzung}} + 10$$
$$f(x) = (x+3)^2 - 9 + 10$$
$$f(x) = (x+3)^2 + 1 \boldsymbol{= i(x)}$$