



**MEHR
ERFAHREN**

TRAINING

Realschule

Mathematik 5. Klasse

STARK

Inhaltsverzeichnis

Vorwort an die Schüler*innen

Vorwort an die Eltern

Natürliche Zahlen – Zahlensysteme und Zahlenmengen	1
1 Anordnung der natürlichen Zahlen	1
2 Das Dezimalsystem (Zehnersystem)	3
3 Runden	5
4 Das Dualsystem (Zweiersystem)	10
5 Das römische Zahlensystem	13
Die vier Grundrechenarten	15
1 Rechenregeln und -gesetze der Addition und Subtraktion	15
1.1 Die Addition	15
1.2 Die Subtraktion	17
1.3 Verbindung von Addition und Subtraktion	20
2 Rechengesetze und Regeln der Multiplikation und Division, Potenzen	22
2.1 Die Multiplikation	22
2.2 Die Division	23
2.3 Verbindung von Multiplikation und Division	25
2.4 Potenzen	27
3 Die Verbindung der vier Grundrechenarten	29
3.1 Gliederung von Termen	29
3.2 Das Distributivgesetz	30
4 Kombinieren und Zählen	35
Ganze Zahlen	40
1 Die Erweiterung des Zahlenbereichs \mathbb{N}_0	40
2 Absoluter Betrag	44
3 Rechenregeln und -gesetze der Addition und Subtraktion bei ganzen Zahlen	45
4 Multiplikation ganzer Zahlen	52
5 Division ganzer Zahlen	53
6 Verknüpfung der vier Grundrechenarten	55

(Fortsetzung nächste Seite)

Größen aus dem Alltag	59
1 Maßeinheit, Maßzahl und Größe	59
2 Umrechnen in die größere oder kleinere Einheit	59
2.1 Länge	60
2.2 Masse	62
2.3 Zeit	63
2.4 Geld	64
2.5 Hohlmaße	65
3 Rechnen mit Größen aus dem Alltag	67
3.1 Größenangaben in gemischter Schreibweise	67
3.2 Addition und Subtraktion von Größen	69
3.3 Multiplikation und Division von Größen	70
3.4 Der Maßstab	71
4 Sachaufgaben lösen	73
4.1 Allgemeines	73
4.2 Kosten, Einkauf	73
4.3 Packen, Laden	76
4.4 Zeitdauer, Arbeitszeit und Lohn	78
4.5 Einfache Dreisatzaufgaben	80
Teilbarkeit natürlicher Zahlen	82
1 Teiler und Vielfache	82
1.1 Teiler und Teilmengen	82
1.2 Vielfache und Vielfachenmengen	84
1.3 Teilbarkeit von Zahlen	86
2 Primzahlen und Primfaktorzerlegung	89
2.1 Primzahlen	89
2.2 Primfaktorzerlegung	91
3 Größter gemeinsamer Teiler (ggT) und kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)	92
3.1 Gemeinsame Teiler und ggT	92
3.2 Gemeinsame Vielfache und kgV	95
Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe	97
1 Grundformen	97
1.1 Punkt, Strecke, Halbgerade und Gerade	97
1.2 Lage von Geraden	98
1.3 Das Koordinatensystem	101
1.4 Kreis, Kreislinie und Kreissektor	103
1.5 Winkel	105
1.6 Nebenwinkel und Scheitelwinkel	108
1.7 Ebene Figuren	109

1.8	Räumliche Figuren	110
1.9	Netze von Würfel und Quader	112
1.10	Schrägbilder von Würfel und Quader	113
2	Flächenberechnung und Umfangsberechnung	115
2.1	Flächenmessung und Flächeneinheiten	115
2.2	Flächeninhalt und Umfang des Rechtecks	117
2.3	Flächeninhalt und Umfang des Quadrats	119
Daten auswerten		123
1	Erfassung, Darstellung und Auswertung von Daten in Tabellen und Diagrammen	123
2	Fehlerhafte Diagramme	128
3	Vierfeldertafeln	132
Lösungen		134

Autor: Dirk Müller

Vorwort an die Schüler*innen

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du hast den Übertritt an die Realschule geschafft. Dazu gratuliere ich dir recht herzlich und wünsche dir weiterhin viel Erfolg in der Schule.

Du kannst mit diesem Buch den gesamten Lehrstoff der 5. Jahrgangsstufe trainieren. Das Buch ist folgendermaßen aufgebaut:

- Jedes neue Thema beginnt mit einer **kurzen Einführung**, in der beschrieben wird, worum es geht.
- In den **Merkkästen** wird der neue Stoff leicht verständlich erklärt.
- Die **Beispiele** erläutern und veranschaulichen den neuen Inhalt.
- Es folgt eine vielfältige Auswahl an abwechslungsreichen **Aufgaben**.
- Zu jeder Aufgabe gibt es ausführlich vorgerechnete **Lösungen** am Ende des Buches.

Gehe wie folgt vor, um optimal mit dem Buch zu arbeiten:

- Suche dir das Kapitel, das du bearbeiten willst.
- Löse ein paar Aufgaben und überprüfe die Lösungen.
- Wenn du die Aufgaben korrekt gelöst hast, bearbeite die übrigen Aufgaben des Kapitels, um zu sehen, ob du bereits den gesamten Stoff beherrschst.
- Kannst du eine Aufgabe nicht auf Anhieb lösen, solltest du zunächst die Merkkästen und Beispiele genau durcharbeiten und dich erneut an die Aufgabe setzen.
- Gelingt dir die Lösung der Aufgabe trotzdem nicht, markiere die Aufgabe und lies dir die Lösung durch. Wenn du sie nachvollzogen hast, dann löse sie nach einigen Tagen noch einmal, damit du sicher sein kannst, sie verstanden zu haben.

Bei der Arbeit mit dem Buch wünsche ich dir Freude und viele Erfolgserlebnisse.



Dirk Müller

Vorwort an die Eltern

Liebe Eltern,

ich freue mich, dass Sie Ihr Kind auf dem Weg durch die Realschule unterstützen, und wünsche Ihnen dabei viel Erfolg.

Das Buch enthält das gesamte **Grundwissen** der 5. Jahrgangsstufe in prägnanter und schülergerechter Form und ist somit eine optimale Ergänzung zum Unterricht:

- Mithilfe von eingängigen Beispielen und abwechslungsreichen Aufgaben kann Ihr Kind den gesamten **Schulstoff nacharbeiten und festigen**.
- Bestehende **Lücken** können leicht **beseitigt** werden, indem Sie das entsprechende Kapitel auswählen, es wiederholen und die zugehörigen Aufgaben rechnen lassen.
- Ihr Kind kann sich mit dem Buch auch ideal **auf Klassenarbeiten vorbereiten** und am Ende des Schuljahres den **gesamten Stoff wiederholen**.

Bitte berücksichtigen Sie folgende **Vorgehensweise** beim Einsatz des Buches:

- Ihr Kind sollte die Aufgaben selbstständig lösen, ohne den Lösungsteil zu benutzen – dieser dient nur der Überprüfung.
- Gelingt das Lösen der Aufgabe nicht, hilft es, wenn Ihr Kind zunächst das Grundwissen und die einschlägigen Beispiele durcharbeitet und sich anschließend erneut mit der Aufgabe befasst.
- Erscheint die Aufgabe dennoch im Moment zu schwierig, sollte Ihr Kind die Aufgabe markieren, sie mithilfe des Lösungsteils bearbeiten und nach einer gewissen Zeit die Aufgabe noch einmal selbst lösen.

Ich wünsche Ihrem Kind viel Freude bei der Arbeit mit dem Buch und anhaltenden Erfolg in der Schule.



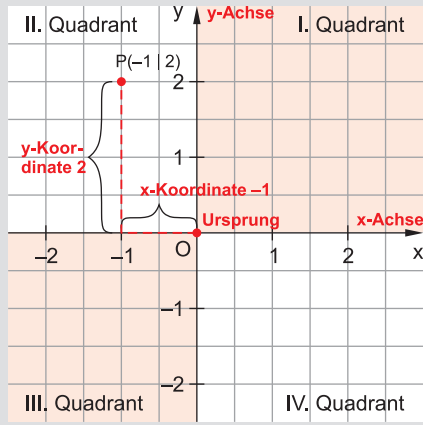
Dirk Müller

1.3 Das Koordinatensystem

Beim Schachspiel ist die Lage der Spielfiguren eindeutig bestimmt. Springer G5 auf H7 ist ein möglicher Spielzug. In der Mathematik wird die Lage von Figuren ähnlich beschrieben.



Eine waagrechte Zahlengerade und eine senkrechte Zahlengerade, die sich bei 0 schneiden, bilden ein **Koordinatensystem**. Dieses lässt sich in vier **Quadranten** einteilen. Die waagrechte Achse wird als **x-Achse**, die senkrechte als **y-Achse** bezeichnet, ihr Schnittpunkt als **Ursprung O**. Mithilfe eines Koordinatensystems kann in der Zeichenebene die Lage eines Punktes gekennzeichnet werden. Die **x-Koordinate** bestimmt dabei seine Position bezüglich der x-Achse, die **y-Koordinate** bezüglich der y-Achse. Das geordnete Zahlenpaar **(x | y)** aus den beiden Koordinaten bestimmt also die Lage eines Punktes P. Man schreibt: P(x | y)

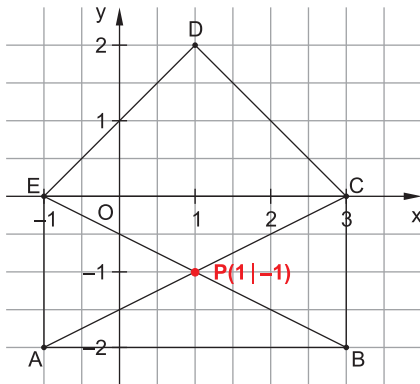


Beispiel

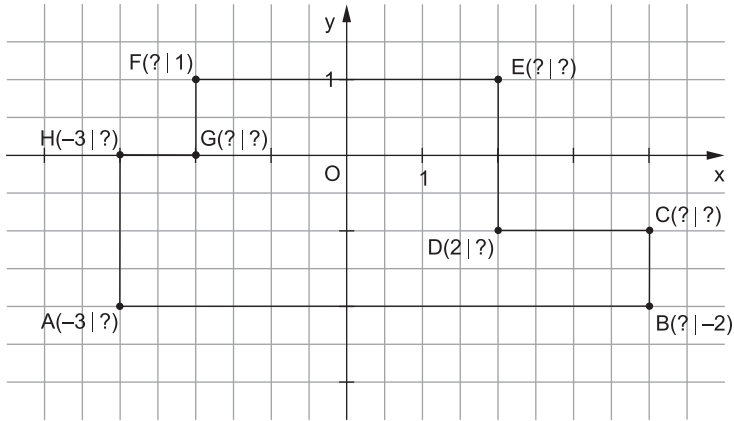
Trage die Punkte A(-1 | -2), E(-1 | 0), D(1 | 2), C(3 | 0) und B(3 | -2) in ein Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte in der folgenden Reihenfolge: AEDCEBACB.

Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts P der Strecken \overline{AC} und \overline{BE} .

Lösung:



181 Bestimme die Koordinaten aller Punkte der Zeichnung.



182 Zeichne die folgenden Punkte in ein Koordinatensystem ein und verbinde dann A mit B, B mit C, C mit D, D mit E und zuletzt E mit A.

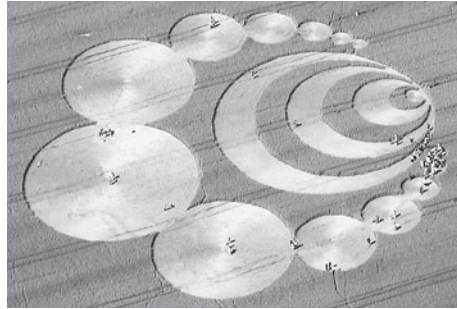
$A(-1 | -1)$, $B(1 | 2)$, $C(3 | -1)$, $D(-2 | 1)$, $E(4 | 1)$

183 Trage die Punkte $A(2 | 3)$, $B(1 | 5)$, $C(4 | 1)$, $D(3 | 4)$ und $E(6 | 5)$ in ein Koordinatensystem ein.

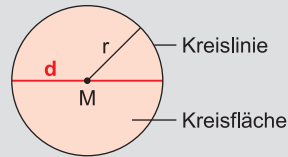
- Zeichne die Strecke \overline{BE} .
- Zeichne die Halbgerade $[AD$.
- Zeichne die Gerade CE .
- Zeichne die Senkrechte zur Geraden CE durch den Punkt A .

1.4 Kreis, Kreislinie und Kreissektor

Kornkreise in Getreidefeldern faszinieren viele Menschen. Von oben betrachtet haben die Kreise oft komplexe Formen, doch im Prinzip lassen sie sich recht einfach durch das Umdrücken der Getreidehalme in die gleiche Richtung erzeugen, z. B. mithilfe eines Bretts. Welches Hilfsmittel braucht man noch, damit die Kreise rund werden?



- Alle Punkte auf der **Kreislinie** eines Kreises k haben vom **Mittelpunkt M** des Kreises die **gleiche Entfernung**. Diese Strecke bezeichnet man als den **Radius r** des Kreises.
Schreibweise: $k(M; r)$
Sprechweise: Der Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r .
- Werden zwei Punkte auf der Kreislinie gerade verbunden und verläuft diese Strecke durch den Kreismittelpunkt M , wird diese Strecke **Durchmesser d** des Kreises genannt. Der Durchmesser d ist doppelt so groß wie der Radius r des Kreises ($d = 2 \cdot r$).
- Die Kreislinie schließt die **Kreisfläche** ein.

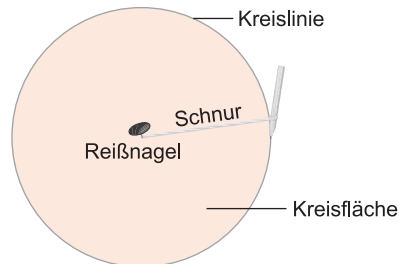


Beispiel

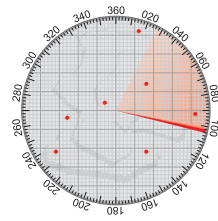
Du brauchst einen Bleistift, eine Schnur und einen Reißnagel. Befestige das eine Ende der Schnur mit dem Reißnagel auf einem Blatt Papier. Wie kannst du dann alle Punkte finden, die vom Reißnagel höchstens eine Schnurlänge entfernt sind?


Lösung:

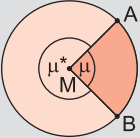
Befestige die Schnur mit dem freien Ende am Bleistift. Drücke mit dem Daumen auf den Reißnagel, straffe die Schnur und zeichne einen Kreis um den Reißnagel. Der entstehende Kreis hat die Schnurlänge als Radius. Also haben alle Punkte auf der Kreislinie genau eine Schnurlänge Entfernung zum Reißnagel, die restlichen Punkte der Kreisfläche sind weniger als eine Schnurlänge vom Reißnagel entfernt.



Fluglotsen überwachen den Luftraum auf Radarschirmen. Frühe Versionen dieser Bildschirme waren kreisrund. Ein hell erleuchteter Kreisabschnitt zeigt bei diesen den Bereich an, in dem die Objektpositionen zuletzt aktualisiert wurden.



 Ein Kreisabschnitt, der von zwei Radien begrenzt wird, heißt **Kreisabschnitt**. Zwei Radien begrenzen immer zugleich zwei Kreisabschnitten, deren Größe durch das Maß des **Mittelpunktwinkels** μ (sprich: mü) angegeben wird.



Beispiel Zwei Radien in einem Vollkreis begrenzen zwei Kreisabschnitten, von denen einer einen Mittelpunktwinkel mit dem Maß $\mu = 135^\circ$ hat. Welches Maß hat der Mittelpunktwinkel μ^* des anderen Kreisabschnitts?

Lösung:

$$\mu^* = 360^\circ - \mu = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

- 184** Von einem Kreis k mit beliebigem Mittelpunkt M ist Folgendes bekannt: Die Punkte auf der Kreislinie sind 4 cm vom Mittelpunkt entfernt. Zeichne den Kreis k und gib den Durchmesser d an.
- 185** Zeichne einen Kreis k_1 mit dem Mittelpunkt M_1 und einem Durchmesser von $d_1 = 4$ cm. Zeichne einen weiteren Kreis k_2 , von dem Folgendes bekannt ist: Sein Mittelpunkt liegt 2 cm weiter rechts als M_1 und sein Durchmesser d_2 ist 1 cm kürzer als der Durchmesser d_1 . Gib d_2 an.
- 186** Zeichne zweimal zwei Kreise mit jeweils einem Durchmesser von 4 cm so, dass sie sich beim ersten Mal schneiden und beim zweiten Mal nur berühren.
- 187** Zeichne ein Koordinatensystem und trage die Punkte $A(3|3)$; $B(6|7)$; $C(3|8)$ und $D(9|3)$ ein. Für die Zeichnung gilt: $x \in [0; 10]$ und $y \in [0; 10]$
- Zeichne einen Kreis k_1 mit dem Mittelpunkt B , dessen Kreislinie durch den Punkt C verläuft.
 - Zeichne einen weiteren Kreis k_2 , der die Länge der Strecke \overline{AD} als Durchmesser hat, und gib die Koordinaten des Kreismittelpunktes M an.
- 188** Zeichne einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 60$ mm um einen beliebigen Punkt M . Schraffiere anschließend die Fläche eines Kreisabschnitts, dessen Mittelpunktwinkel das Maß $\mu = 80^\circ$ hat. Welchen Mittelpunktwinkel μ^* hat der zweite Kreisabschnitt?

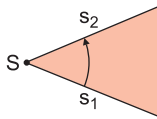
1.5 Winkel

Winkel

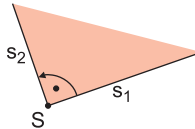
Zwei von einem Punkt P aus verlaufende Halbgeraden bilden einen Winkel. Der Punkt P heißt **Scheitelpunkt** und die beiden Halbgeraden heißen **Schenkel** des Winkels.

Arten von Winkeln:

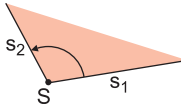
spitzer Winkel
 $< 90^\circ$



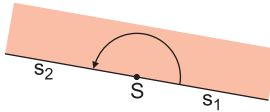
rechter Winkel
 $= 90^\circ$



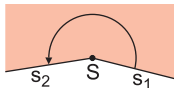
stumpfer Winkel
 $> 90^\circ$



gestreckter Winkel
 $= 180^\circ$



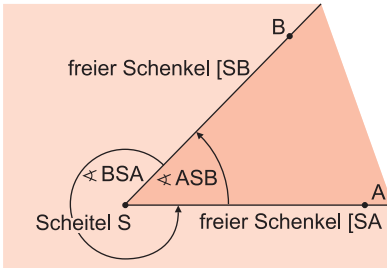
überstumpfer Winkel
 $> 180^\circ$



Winkel können durch drei Punkte eindeutig bezeichnet werden. Dabei musst du auf die Orientierung achten. Es ist ein Unterschied, ob der Winkel ASB oder der Winkel BSA gemeint ist.

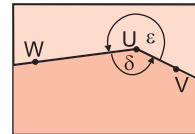
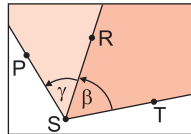
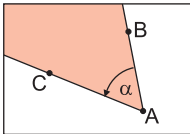
Die Drehrichtung von Winkeln ist immer **gegen den Uhrzeigersinn** gerichtet.

Beispiel



Der freie Schenkel [SA schließt mit dem freien Schenkel [SB das Winkelfeld des Winkels ASB ein.
Somit ist der Winkel BSA, wie zu erkennen ist, ein anderer.
Der Winkel ASB ergänzt sich mit dem Winkel BSA zu 360° .

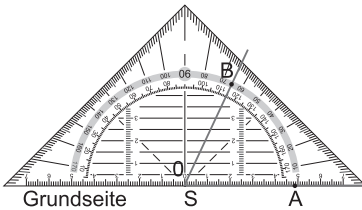
189 Bezeichne die farbig markierten Winkel mithilfe der angegebenen Punkte.



Wie werden Winkel gemessen?

- Lege den Nullpunkt der Grundseite des Geodreiecks auf den Scheitel des Winkels und beachte dabei, dass die Grundseite des Geodreiecks auf dem freien Schenkel liegt.
- An der Stelle, an der der andere freie Schenkel die Winkelskala schneidet, kannst du das Maß des Winkels ablesen.

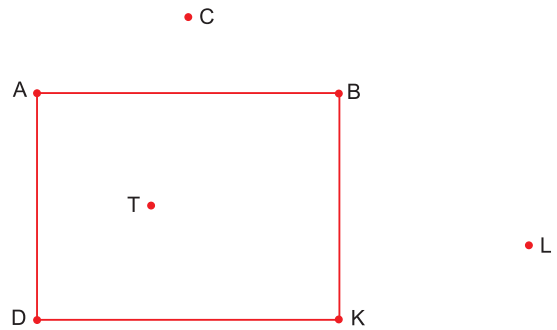
Beispiel



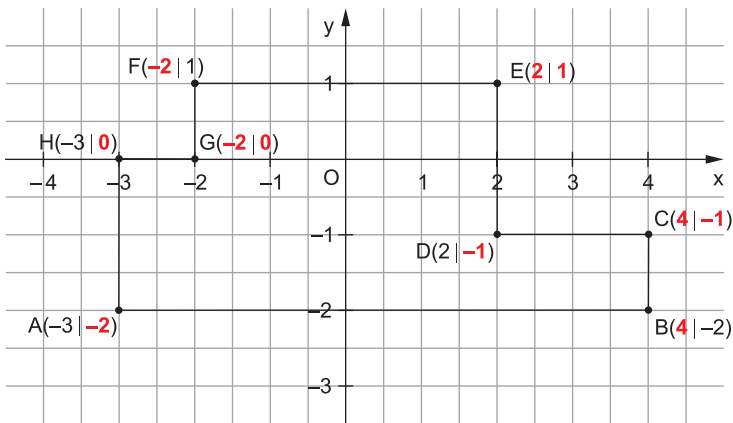
Der Winkel ASB hat in dem Bild das Maß 65° . Kurz: $\sphericalangle ASB = 65^\circ$

190 Zeichne das Dreieck ABC mit $A(1|2)$, $B(7|3)$ und $C(3|5)$ in ein Koordinatensystem.
Bestimme durch Messung das Maß des Winkels BAC, des Winkels ACB und des Winkels CBA.

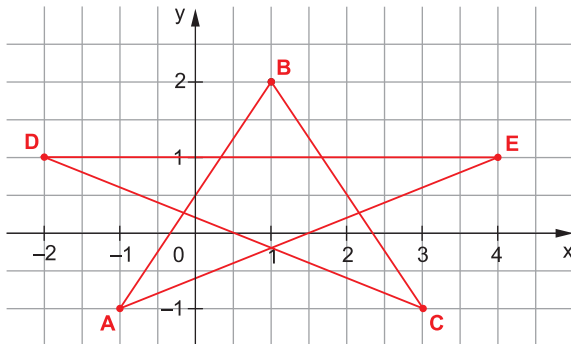
- 180** Zeichne \overline{AD}
 $\overline{DK} \perp \overline{DA}$
 $\overline{KB} \parallel \overline{DA}$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DK}$



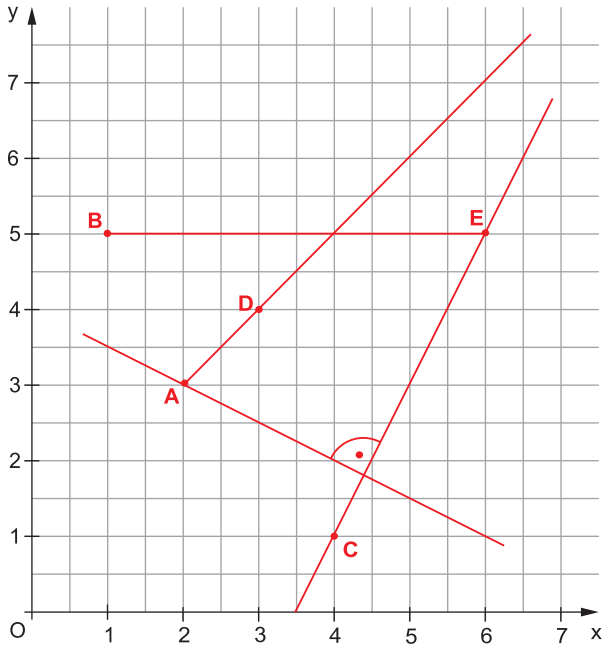
181



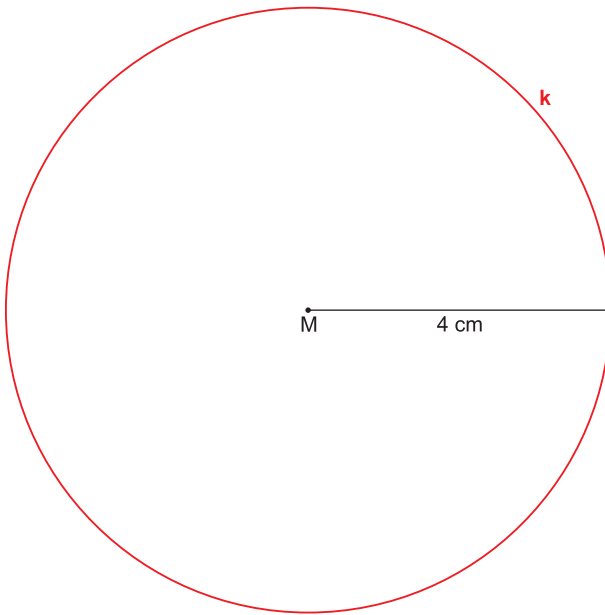
182



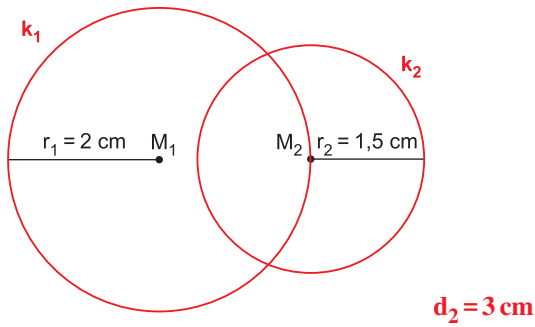
183



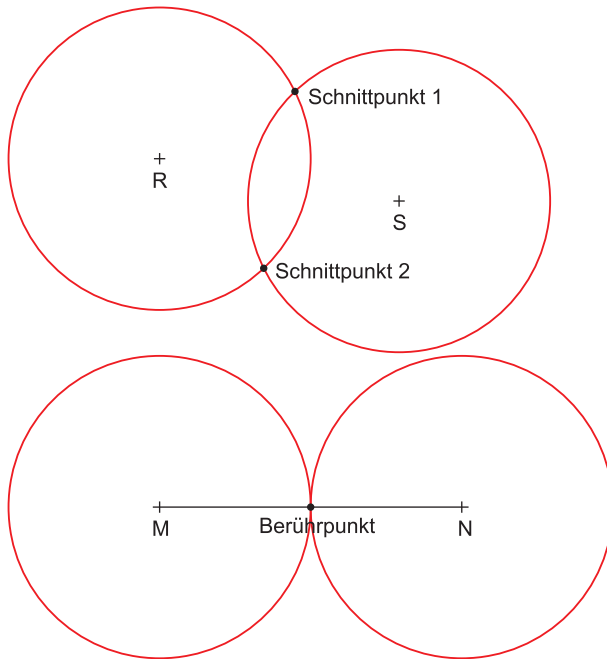
184



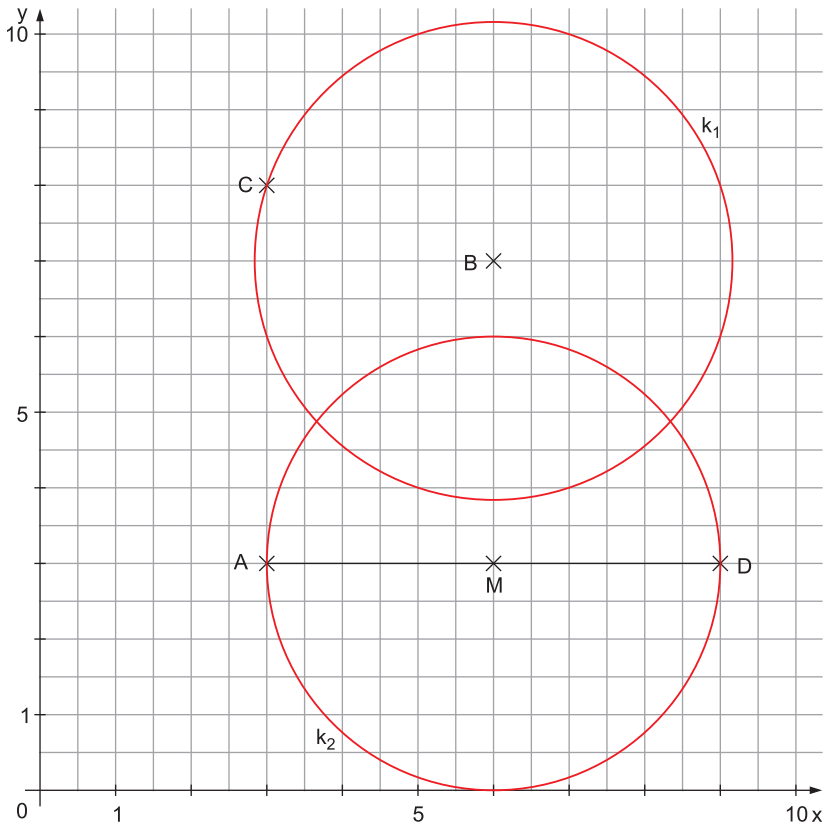
185



186 $d = 4 \text{ cm} \Rightarrow r = d : 2 = 4 \text{ cm} : 2 = 2 \text{ cm}$



187



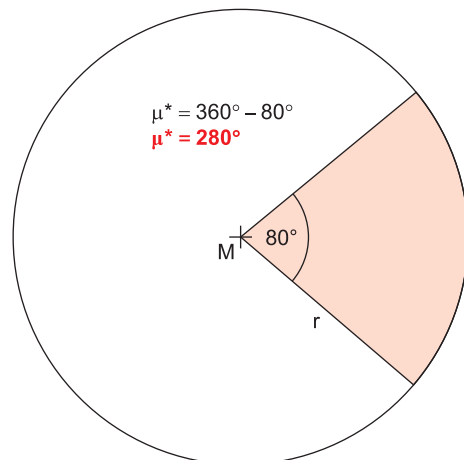
- a) Der Radius des Kreises k_1 ist die Strecke \overline{BC} .
- b) Der Durchmesser des Kreises k_2 ist die Strecke \overline{AD} , auf der der Mittelpunkt $M(6|3)$ liegt.

188

$$d = 60 \text{ mm} = 6 \text{ cm} \Rightarrow r \stackrel{:2}{=} 3 \text{ cm}$$

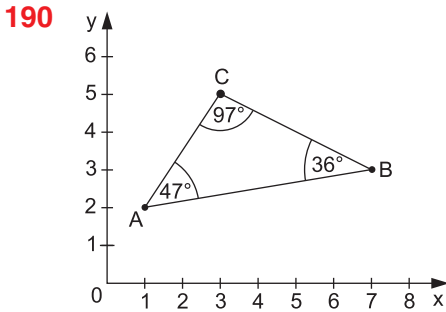
Vorgehensweise:

- Zeichne den Kreis k (M ; $r = 3 \text{ cm}$).
- Zeichne einen beliebigen Radius ein.
- Trage den Winkel μ an M ab.



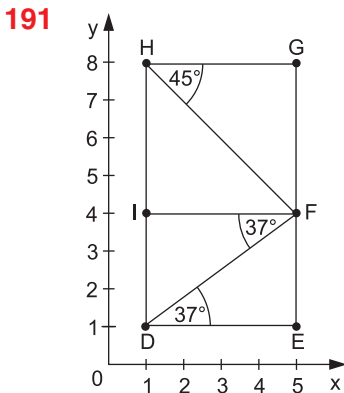
- 189** $\alpha = \sphericalangle BAC$; $\gamma = \sphericalangle RSP$
 $\beta = \sphericalangle TSR$; $\delta = \sphericalangle WUV$
 $\varepsilon = \sphericalangle VUW$

Die Drehrichtung ist immer gegen den Uhrzeigersinn gerichtet. Zuerst wird immer der Punkt auf dem „zu drehenden“ Schenkel des Winkels bezeichnet.



- $\sphericalangle BAC = 47^\circ$
 $\sphericalangle ACB = 97^\circ$
 $\sphericalangle CBA = 36^\circ$

Zeichne das Dreieck ABC und messe, wie beschrieben, die angegebenen Winkel.



- $\sphericalangle FHG = 45^\circ$
 $\sphericalangle IFD = 37^\circ$
 $\sphericalangle EDF = 37^\circ$

Zeichne das Viereck DEGH. Der Punkt I liegt auf der Strecke \overline{DH} und der Punkt F auf der Strecke \overline{EG} . Um den Winkel $\sphericalangle FHG$ zu erhalten, musst du die Strecke \overline{FH} zeichnen. Um den Winkel $\sphericalangle IFD$ zu erhalten, musst du die Strecke \overline{IF} und die Strecke \overline{DF} zeichnen. Messe nun, wie beschrieben, die angegebenen Winkel.

- 192**
- a)
- b)
- c)



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK