MEHR ERFAHREN

TRAINING

Realschule

Mathematik 5. Klasse

STARK

Inhaltsverzeichnis

(Fortsetzung nächste Seite)

Autor: Dirk Müller

Vorwort an die Schüler*innen

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du hast den Übertritt an die Realschule geschafft. Dazu gratuliere ich dir recht herzlich und wünsche dir weiterhin viel Erfolg in der Schule.

Du kannst mit diesem Buch den gesamten Lehrstoff der 5. Jahrgangsstufe trainieren. Das Buch ist folgendermaßen aufgebaut:
- Jedes neue Thema beginnt mit einer **kurzen Einführung**, in der beschrieben wird, worum es geht.
- In den **Merkkästen** wird der neue Stoff leicht verständlich erklärt.
- Die **Beispiele** erläutern und veranschaulichen den neuen Inhalt.
- Es folgt eine vielfältige Auswahl an abwechslungsreichen **Aufgaben**.
- Zu jeder Aufgabe gibt es ausführlich vorgerechnete **Lösungen** am Ende des Buches.

Gehe wie folgt vor, um optimal mit dem Buch zu arbeiten:
- Suche dir das Kapitel, das du bearbeiten willst.
- Löse ein paar Aufgaben und überprüfe die Lösungen.
- Wenn du die Aufgaben korrekt gelöst hast, bearbeite die übrigen Aufgaben des Kapitels, um zu sehen, ob du bereits den gesamten Stoff beherrschst.
- Kannst du eine Aufgabe nicht auf Anhieb lösen, solltest du zunächst die Merkkästen und Beispiele genau durcharbeiten und dich erneut an die Aufgabe setzen.
- Gelingt dir die Lösung der Aufgabe trotzdem nicht, markiere die Aufgabe und lies dir die Lösung durch. Wenn du sie nachvollzogen hast, dann löse sie nach einigen Tagen noch einmal, damit du sicher sein kannst, sie verstanden zu haben.

Bei der Arbeit mit dem Buch wünsche ich dir Freude und viele Erfolgserlebnisse.

Dirk Müller

Vorwort an die Eltern

Liebe Eltern,

ich freue mich, dass Sie Ihr Kind auf dem Weg durch die Realschule unterstützen, und wünsche Ihnen dabei viel Erfolg.

Das Buch enthält das gesamte **Grundwissen** der 5. Jahrgangsstufe in prägnanter und schülergerechter Form und ist somit eine optimale Ergänzung zum Unterricht:

- Mithilfe von eingängigen Beispielen und abwechslungsreichen Aufgaben kann Ihr Kind den gesamten **Schulstoff nacharbeiten und festigen**.
- Bestehende **Lücken** können leicht **beseitigt** werden, indem Sie das entsprechende Kapitel auswählen, es wiederholen und die zugehörigen Aufgaben rechnen lassen.
- Ihr Kind kann sich mit dem Buch auch ideal **auf Klassenarbeiten vorbereiten** und am Ende des Schuljahres den **gesamten Stoff wiederholen**.

Bitte berücksichtigen Sie folgende **Vorgehensweise** beim Einsatz des Buches:

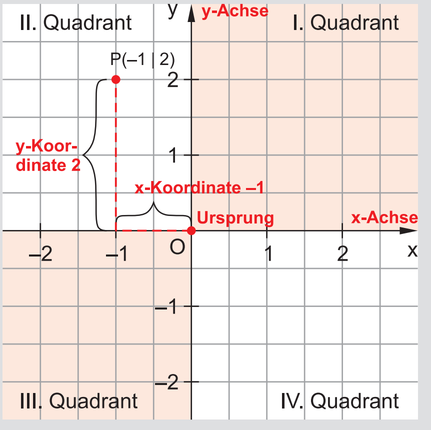
- Ihr Kind sollte die Aufgaben selbstständig lösen, ohne den Lösungsteil zu benutzen – dieser dient nur der Überprüfung.
- Gelingt das Lösen der Aufgabe nicht, hilft es, wenn Ihr Kind zunächst das Grundwissen und die einschlägigen Beispiele durcharbeitet und sich anschließend erneut mit der Aufgabe befasst.
- Erscheint die Aufgabe dennoch im Moment zu schwierig, sollte Ihr Kind die Aufgabe markieren, sie mithilfe des Lösungsteils bearbeiten und nach einer gewissen Zeit die Aufgabe noch einmal selbst lösen.

Ich wünsche Ihrem Kind viel Freude bei der Arbeit mit dem Buch und anhaltenden Erfolg in der Schule.

Dirk Müller

1.3 Das Koordinatensystem

Beim Schachspiel ist die Lage der Spielfiguren eindeutig bestimmt. Springer G5 auf H7 ist ein möglicher Spielzug. In der Mathematik wird die Lage von Figuren ähnlich beschrieben.



Eine waagrechte Zahlengerade und eine senkrechte Zahlengerade, die sich bei 0 schneiden, bilden ein **Koordinatensystem**. Dieses lässt sich in vier **Quadranten** einteilen.

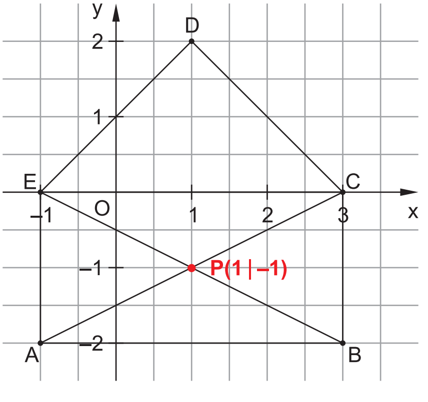
Die waagrechte Achse wird als **x-Achse**, die senkrechte als **y-Achse** bezeichnet, ihr Schnittpunkt als **Ursprung O**.

Mithilfe eines Koordinatensystems kann in der Zeichenebene die Lage eines Punkts gekennzeichnet werden. Die **x-Koordinate** bestimmt dabei seine Position bezüglich der x-Achse, die **y-Koordinate** bezüglich der y-Achse. Das geordnete Zahlenpaar **(x | y)** aus den beiden Koordinaten bestimmt also die Lage eines Punktes P. Man schreibt: P(x | y)

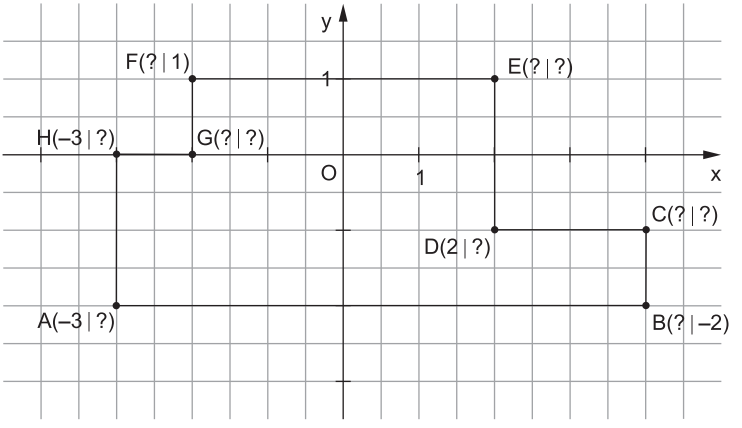
Beispiel

Trage die Punkte A(–1 | –2), E(–1 | 0), D(1 | 2), C(3 | 0) und B(3 | –2) in ein Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte in der folgenden Reihenfolge: AEDCEBACB.
Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts P der Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BE}$.

Lösung:



181 Bestimme die Koordinaten aller Punkte der Zeichnung.



182 Zeichne die folgenden Punkte in ein Koordinatensystem ein und verbinde dann A mit B, B mit C, C mit D, D mit E und zuletzt E mit A.
A(–1 | –1), B(1 | 2), C(3 | –1), D(–2 | 1), E(4 | 1)

183 Trage die Punkte A(2 | 3), B(1 | 5), C(4 | 1), D(3 | 4) und E(6 | 5) in ein Koordinatensystem ein.

a) Zeichne die Strecke $\overline{BE}$.

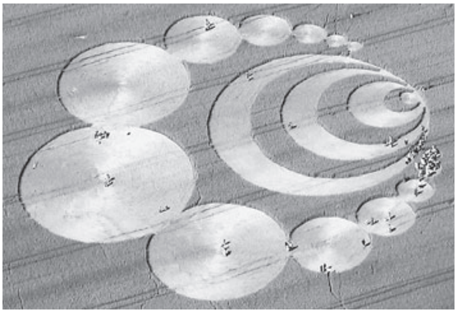
b) Zeichne die Halbgerade [AD.

c) Zeichne die Gerade CE.

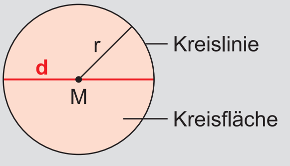
d) Zeichne die Senkrechte zur Geraden CE durch den Punkt A.

1.4 Kreis, Kreislinie und Kreissektor

Kornkreise in Getreidefeldern faszinieren viele Menschen. Von oben betrachtet haben die Kreise oft komplexe Formen, doch im Prinzip lassen sie sich recht einfach durch das Umdrücken der Getreidehalme in die gleiche Richtung erzeugen, z. B. mithilfe eines Bretts. Welches Hilfsmittel braucht man noch, damit die Kreise rund werden?



- Alle Punkte auf der **Kreislinie** eines Kreises k haben vom **Mittelpunkt M** des Kreises die **gleiche Entfernung**. Diese Strecke bezeichnet man als den **Radius r** des Kreises.
  Schreibweise: k(M; r)
  Sprechweise: Der Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r.
- Werden zwei Punkte auf der Kreislinie gerade verbunden und verläuft diese Strecke durch den Kreismittelpunkt M, wird diese Strecke **Durchmesser d** des Kreises genannt. Der Durchmesser d ist doppelt so groß wie der Radius r des Kreises ($d = 2 \cdot r$).

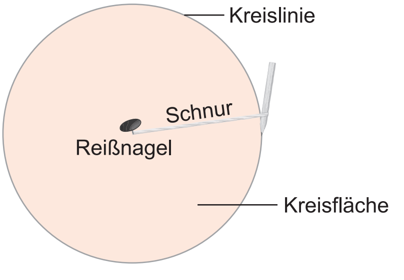


- Die Kreislinie schließt die **Kreisfläche** ein.

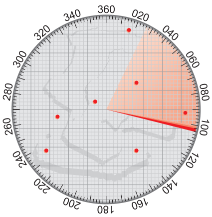
Beispiel

Du brauchst einen Bleistift, eine Schnur und einen Reißnagel. Befestige das eine Ende der Schnur mit dem Reißnagel auf einem Blatt Papier.
Wie kannst du dann alle Punkte finden, die vom Reißnagel höchstens eine Schnurlänge entfernt sind?

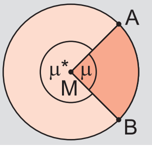
Lösung:
Befestige die Schnur mit dem freien Ende am Bleistift. Drücke mit dem Daumen auf den Reißnagel, straffe die Schnur und zeichne einen Kreis um den Reißnagel. Der entstehende Kreis hat die Schnurlänge als Radius. Also haben alle Punkte auf der Kreislinie genau eine Schnurlänge Entfernung zum Reißnagel, die restlichen Punkte der Kreisfläche sind weniger als eine Schnurlänge vom Reißnagel entfernt.



Fluglotsen überwachen den Luftraum auf Radarschirmen. Frühe Versionen dieser Bildschirme waren kreisrund. Ein hell erleuchteter Kreisausschnitt zeigt bei diesen den Bereich an, in dem die Objektpositionen zuletzt aktualisiert wurden.



Ein Kreisausschnitt, der von zwei Radien begrenzt wird, heißt **Kreissektor**. Zwei Radien begrenzen immer zugleich zwei Kreissektoren, deren Größe durch das Maß des **Mittelpunktswinkels** μ (sprich: mü) angegeben wird.



Beispiel

Zwei Radien in einem Vollkreis begrenzen zwei Kreissektoren, von denen einer einen Mittelpunktswinkel mit dem Maß $\mu = 135°$ hat.
Welches Maß hat der Mittelpunktswinkel μ^* des anderen Kreissektors?

Lösung:
$\mu^* = 360° - \mu = 360° - 135° = 225°$

184 Von einem Kreis k mit beliebigem Mittelpunkt M ist Folgendes bekannt: Die Punkte auf der Kreislinie sind 4 cm vom Mittelpunkt entfernt. Zeichne den Kreis k und gib den Durchmesser d an.

185 Zeichne einen Kreis k_1 mit dem Mittelpunkt M_1 und einem Durchmesser von $d_1 = 4$ cm. Zeichne einen weiteren Kreis k_2, von dem Folgendes bekannt ist: Sein Mittelpunkt liegt 2 cm weiter rechts als M_1 und sein Durchmesser d_2 ist 1 cm kürzer als der Durchmesser d_1. Gib d_2 an.

186 Zeichne zweimal zwei Kreise mit jeweils einem Durchmesser von 4 cm so, dass sie sich beim ersten Mal schneiden und beim zweiten Mal nur berühren.

187 Zeichne ein Koordinatensystem und trage die Punkte $A(3|3)$; $B(6|7)$; $C(3|8)$ und $D(9|3)$ ein. Für die Zeichnung gilt: $x \in [0; 10]$ und $y \in [0; 10]$

a) Zeichne einen Kreis k_1 mit dem Mittelpunkt B, dessen Kreislinie durch den Punkt C verläuft.

b) Zeichne einen weiteren Kreis k_2, der die Länge der Strecke $\overline{AD}$ als Durchmesser hat, und gib die Koordinaten des Kreismittelpunktes M an.

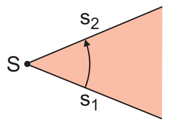
188 Zeichne einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 60$ mm um einen beliebigen Punkt M. Schraffiere anschließend die Fläche eines Kreissektors, dessen Mittelpunktswinkel das Maß $\mu = 80°$ hat. Welchen Mittelpunktswinkel μ^* hat der zweite Kreissektor?

1.5 Winkel

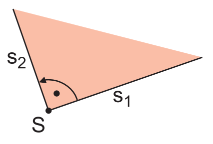
Winkel
Zwei von einem Punkt P aus verlaufende Halbgeraden bilden einen Winkel. Der Punkt P heißt **Scheitelpunkt** und die beiden Halbgeraden heißen **Schenkel** des Winkels.

Arten von Winkeln:

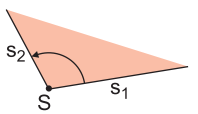
spitzer Winkel
< 90°



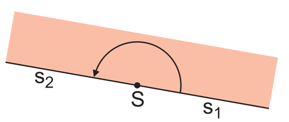
rechter Winkel
= 90°



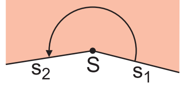
stumpfer Winkel
> 90°



gestreckter Winkel
= 180°



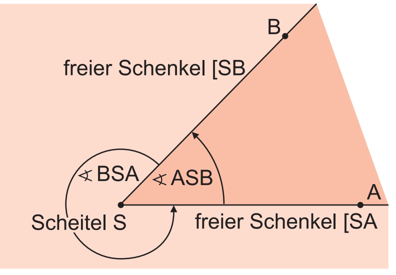
überstumpfer Winkel
> 180°



Winkel können durch drei Punkte eindeutig bezeichnet werden. Dabei musst du auf die Orientierung achten. Es ist ein Unterschied, ob der Winkel ASB oder der Winkel BSA gemeint ist.

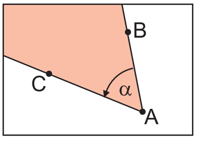
Die Drehrichtung von Winkeln ist immer **gegen den Uhrzeigersinn** gerichtet.

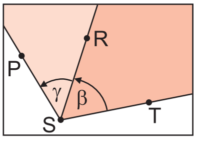
Beispiel

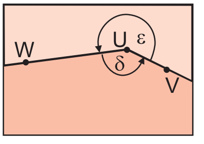


Der freie Schenkel [SA schließt mit dem freien Schenkel [SB das Winkelfeld des Winkels ASB ein.
Somit ist der Winkel BSA, wie zu erkennen ist, ein anderer.
Der Winkel ASB ergänzt sich mit dem Winkel BSA zu 360°.

189 Bezeichne die farbig markierten Winkel mithilfe der angegebenen Punkte.



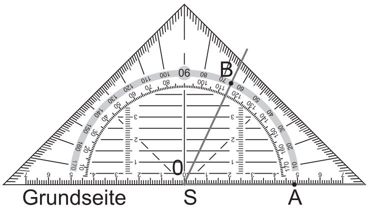




Wie werden Winkel gemessen?

- Lege den Nullpunkt der Grundseite des Geodreiecks auf den Scheitel des Winkels und beachte dabei, dass die Grundseite des Geodreiecks auf dem freien Schenkel liegt.
- An der Stelle, an der der andere freie Schenkel die Winkelskala schneidet, kannst du das Maß des Winkels ablesen.

Beispiel



Der Winkel ASB hat in dem Bild das Maß 65°. Kurz: ∢ ASB = 65°

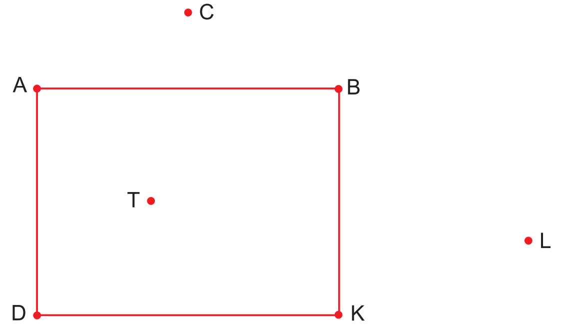
190 Zeichne das Dreieck ABC mit A(1 | 2), B(7 | 3) und C(3 | 5) in ein Koordinatensystem.
Bestimme durch Messung das Maß des Winkels BAC, des Winkels ACB und des Winkels CBA.

180 Zeichne $\overline{AD}$

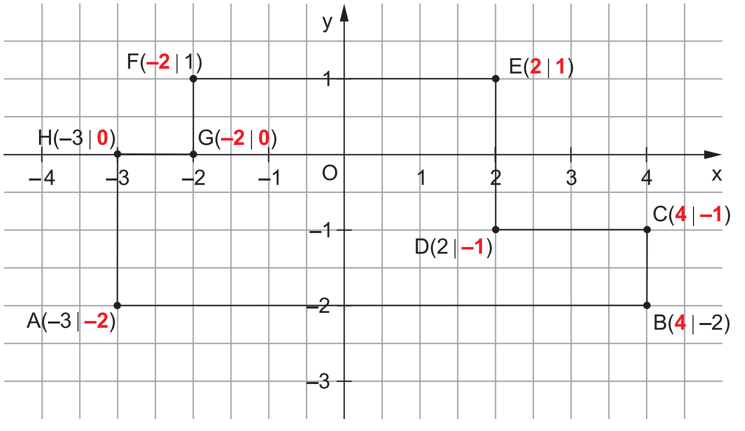
$\overline{DK} \perp \overline{DA}$

$\overline{KB} \parallel \overline{DA}$

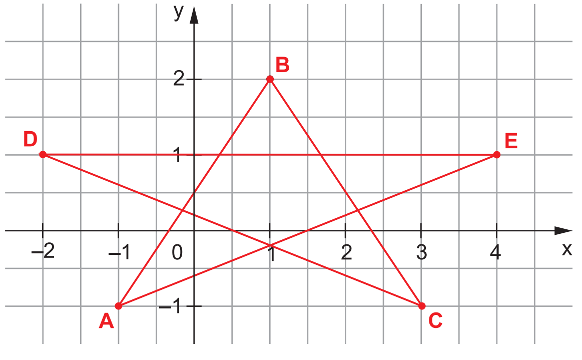
$\overline{AB} \parallel \overline{DK}$



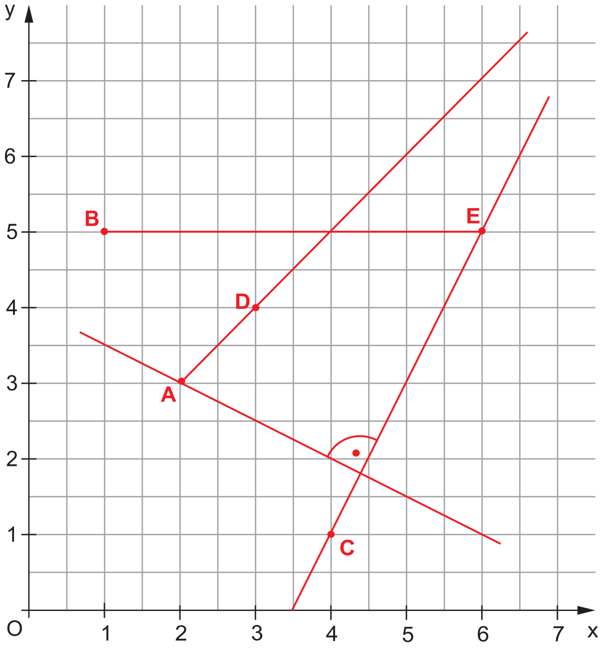
181



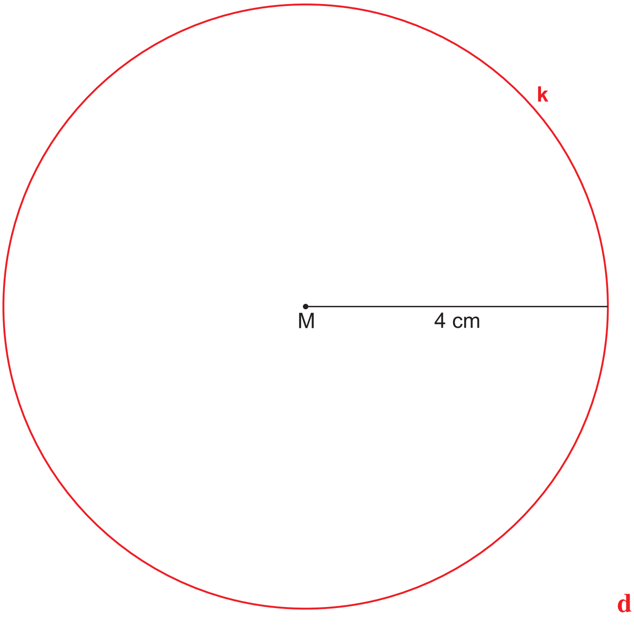
182



183

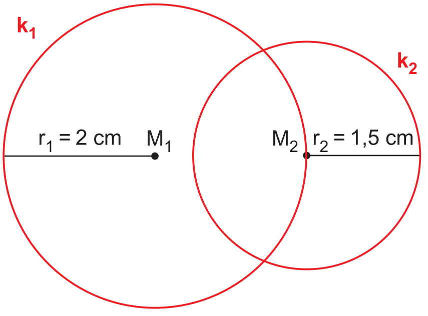


184



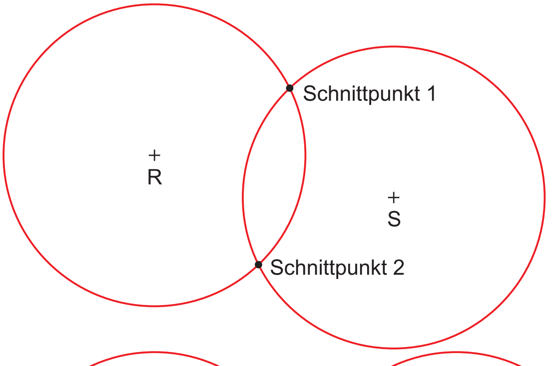
d = 8 cm

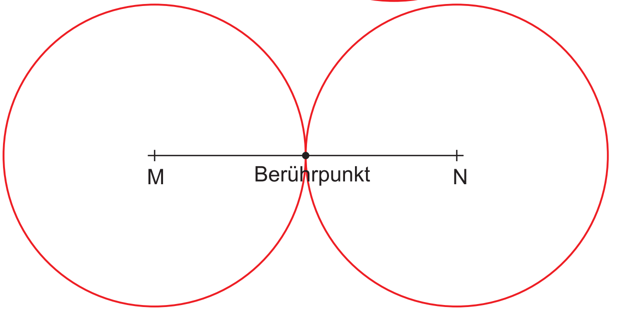
185



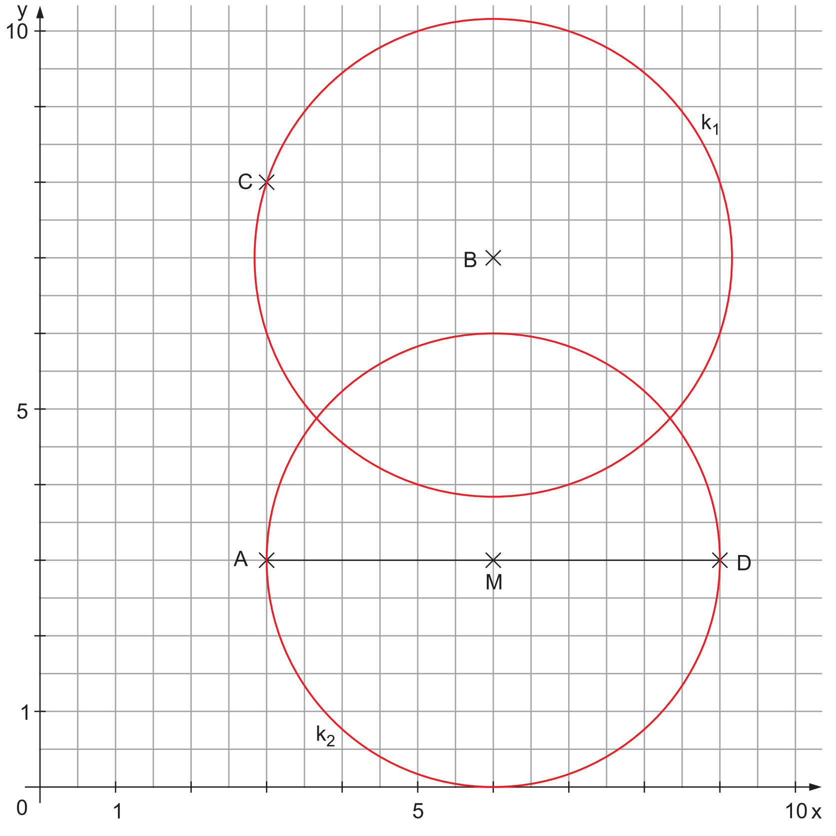
$d_2 = 3\,\text{cm}$

186 $d = 4\text{ cm} \Rightarrow r = d : 2 = 4\text{ cm} : 2 = 2\text{ cm}$





187

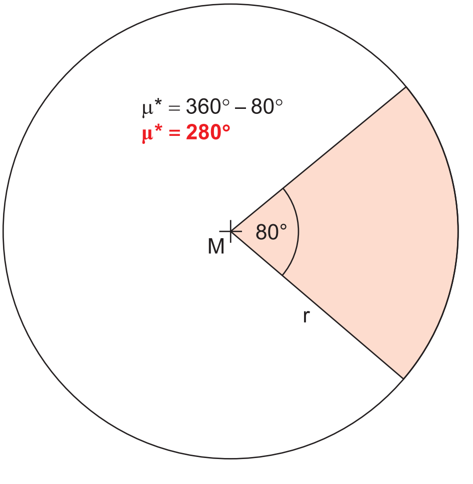


a) Der Radius des Kreises k_1 ist die Strecke $\overline{BC}$.

b) Der Durchmesser des Kreises k_2 ist die Strecke $\overline{AD}$, auf der der Mittelpunkt M(6|3) liegt.

188 $d = 60\text{ mm} = 6\text{ cm} \Rightarrow r \overset{:2}{=} 3\text{ cm}$

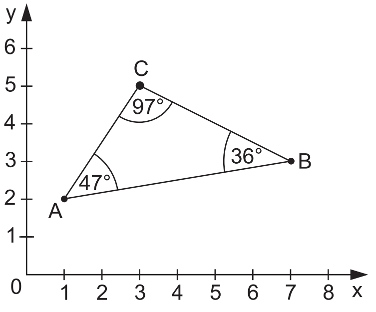
Vorgehensweise:
- Zeichne den Kreis k (M; r = 3 cm).
- Zeichne einen beliebigen Radius ein.
- Trage den Winkel μ an M ab.



189 $\alpha = \sphericalangle BAC$; $\gamma = \sphericalangle RSP$
$\beta = \sphericalangle TSR$; $\delta = \sphericalangle WUV$
$\varepsilon = \sphericalangle VUW$

Die Drehrichtung ist immer gegen den Uhrzeigersinn gerichtet. Zuerst wird immer der Punkt auf dem „zu drehenden“ Schenkel des Winkels bezeichnet.

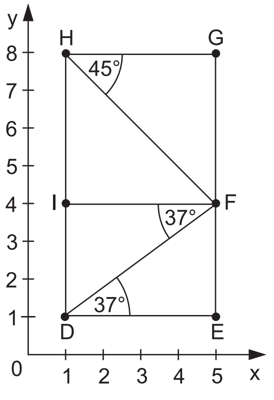
190



$\sphericalangle BAC = 47°$
$\sphericalangle ACB = 97°$
$\sphericalangle CBA = 36°$

Zeichne das Dreieck ABC und messe, wie beschrieben, die angegebenen Winkel.

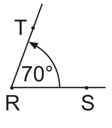
191



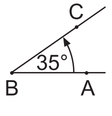
$\sphericalangle FHG = 45°$
$\sphericalangle IFD = 37°$
$\sphericalangle EDF = 37°$

Zeichne das Viereck DEGH. Der Punkt I liegt auf der Strecke $\overline{DH}$ und der Punkt F auf der Strecke $\overline{EG}$. Um den Winkel $\sphericalangle FHG$ zu erhalten, musst du die Strecke $\overline{FH}$ zeichnen. Um den Winkel $\sphericalangle IFD$ zu erhalten, musst du die Strecke $\overline{IF}$ und die Strecke $\overline{DF}$ zeichnen. Messe nun, wie beschrieben, die angegebenen Winkel.

192 a)



b)



c)