REALSCHULE

STARK in KLASSENARBEITEN

Rechenregeln und Rechengesetze

Werner Wirth

STARK

REALSCHULE

STARK in KLASSENARBEITEN

Rechenregeln und Rechengesetze

Werner Wirth

STARK

Inhaltsverzeichnis

Fortsetzung nächste Seite

Inhaltsverzeichnis

Autor: Werner Wirth

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

während deiner **gesamten schulischen Laufbahn** lernst du viele Rechenregeln und Rechengesetze kennen. Diese Regeln sind die wichtigsten Hilfsmittel der Mathematik und liefern dir eine Systematik zum Lösen von Rechenaufgaben. Nur wenn du sie sicher beherrschst, wirst du auch schwierige Aufgaben gut bewältigen können. Zudem wirst du sie immer wieder direkt oder auch indirekt zum Bestehen deiner **Klassenarbeiten** benötigen. Daher ist es sehr wichtig, dass du wirklich sicher im Umgang mit den Rechenregeln und Rechengesetzen bist.

Das vorliegende Buch hilft dir, die wichtigsten Rechenregeln und Rechengesetze deiner Schullaufbahn zu **trainieren** und dein bereits bestehendes Wissen zu **testen**.

- Jede Rechenregel wird mit übersichtlichen **Schritt-für-Schritt-Erklärungen** eingeführt, sodass du sie wirklich verstehen und auch anwenden kannst.
- Zahlreiche **Aufgaben** helfen dir dabei, den neu gelernten Stoff einzuüben.
- Mithilfe von **Tests** kannst du bei jedem Kapitel selbstständig deinen aktuellen Leistungsstand abprüfen.
- Ausführliche **Lösungsvorschläge** ermöglichen es dir, deine Rechenwege selbst zu kontrollieren und gegebenenfalls selbst zu verbessern.

Du wirst sehen, wenn du parallel zum Unterricht mit diesem Buch arbeitest, wird sich dein Einsatz sicher auch bald schon positiv auf dein Abschneiden in Tests und Klassenarbeiten auswirken, sodass du dir beruhigt sagen kannst: Ich bin **stark in Klassenarbeiten**!

Viel Spaß beim Üben und viel Erfolg bei deinen Klassenarbeiten wünscht dir

Werner Wirth

Werner Wirth

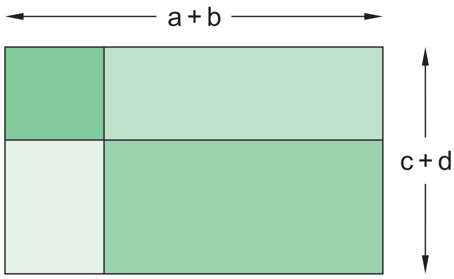
Auf einen Blick!

2 Multiplikation von zwei Klammern

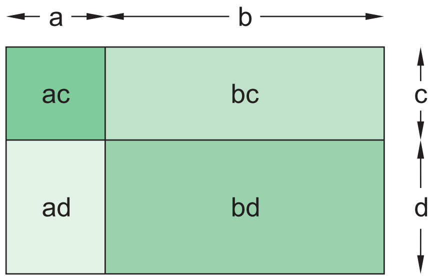
Bei der Multiplikation von zwei Summen wird zweimal das Verteilungsgesetz angewendet:

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot(c+d)+b\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d$$

Geometrische Veranschaulichung:
Die Multiplikation von zwei Summen kann durch Flächenberechnungen an einem Rechteck veranschaulicht werden.



$A=(a+b)(c+d)$



$A=ac+ad+bc+bd$

Somit gilt auch anschaulich:
$A=(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

WISSEN

Multiplikation von zwei Klammern:
Zwei Klammern multiplizierst du miteinander, indem du **jedes** Element aus der ersten Klammer mit **jedem** Element aus der zweiten Klammer multiplizierst und die so entstandenen Produkte addierst bzw. subtrahierst:

$(a+b)\cdot(c+d)=ac+ad+bc+bd$ $\quad$ $(a+b)\cdot(c-d)=ac-ad+bc-bd$

$(a-b)\cdot(c-d)=ac-ad-bc+bd$ $\quad$ $(a-b)\cdot(c+d)=ac+ad-bc-bd$

BEISPIEL

a $(3x+2)(4x+8)$

$=3x\cdot4x+3x\cdot8+2\cdot4x+2\cdot8$
$=12x^2+24x+8x+16$
$=12x^2+32x+16$

Jeder Summand der 1. Klammer wird mit jedem aus der 2. Klammer multipliziert.

Die Ergebnisse werden addiert.

Sortiere die Variable mit der höchsten Potenz nach vorne.

Vertiefe dein Wissen!

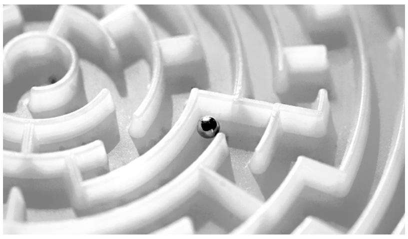
b $(x-2)(y+4)$
$= [x+(-2)]\cdot(y+4)$
$= x\cdot y + x\cdot 4 + (-2)\cdot y + (-2)\cdot 4$
$= xy + 4x - 2y - 8$

Die Differenz $x-2$ kannst du auch als Summe $x+(-2)$ auffassen.

c $(2a-3c)(4a-b-c)$
$= 2a\cdot 4a + 2a\cdot(-b) + 2a\cdot(-c) - 3c\cdot 4a - 3c\cdot(-b) - 3c\cdot(-c)$
$= 8a^2 - 2ab - 2ac - 12ac + 3bc + 3c^2$
$= 8a^2 - 2ab - 14ac + 3bc + 3c^2$

Auch für mehrgliedrige Summen gilt: Jeder Summand der 1. Klammer wird mit jedem aus der 2. Klammer multipliziert.

Oftmals erwarten dich Aufgaben, bei denen mehrere Klammern vorkommen, die zunächst miteinander multipliziert oder addiert und subtrahiert werden müssen. Um nicht den Überblick zu verlieren, solltest du bei der Bearbeitung nach dem folgenden Schema vorgehen:



WISSEN

Gehe bei der Multiplikation und Addition/Subtraktion von mehreren Klammern folgendermaßen vor:

- Vereinfache innerhalb der Klammern so weit wie möglich.
- Löse die Klammern der Reihe nach auf. Nutze dazu die Klammerregeln und die Multiplikationsregel.
- Werden mehrere Klammern miteinander multipliziert, musst du zunächst zwei Klammern zu einer zusammenfassen und so weit wie möglich vereinfachen.
- Vereinfache den entstandenen Term so weit wie möglich. Fasse dazu alle gleichartigen Glieder zusammen.

BEISPIEL

$(a-b)(a+b)(a+1)-(1+a)(a-1)$
$= (a^2 + ab - ab - b^2)(a+1) - (a - 1 + a^2 - a)$
$= (a^2 - b^2)(a+1) - (-1 + a^2)$
$= a^3 + a^2 - ab^2 - b^2 + 1 - a^2$
$= a^3 - ab^2 - b^2 + 1$

Löse die Klammern der Reihe nach auf.
Vereinfache in den Klammern so weit wie möglich. Löse dann weiter auf.

Fasse gleichartige Glieder zusammen und sortiere die Variable mit der höchsten Potenz nach vorne.

Vertiefe dein Wissen!

24 Multipliziere die Klammern aus und vereinfache dann so weit wie möglich.

a $(4-3b)(2b-7)$
b $(-x+2y)(-y+2x)$
c $(3a-2b)(4a-2b+4c)$
d $(4x+2y-3z)(3y-4x)$
e $-\left(1-\frac{3}{2}y\right)(4+8y)+\left(-\frac{5}{2}-\frac{7}{2}y\right)$
f $\left(\frac{1}{2}x-y\right)\left(x+\frac{1}{4}y\right)(8x+4y)$
g $2(4x-3y)(2x-y)-(x+4y)(y-2)$
h $(x-3y)(1-y)+2(x-3)(x-4y)$

25 Fülle die Lücken so, dass auf beiden Seiten äquivalente Terme stehen.

a $(5a-7b)(2a+6b)=\square\, a^2+\square\, ab+\square\, b^2$

b $-5{,}5\left(\frac{2}{11}x-\frac{4}{11}\right)\left(\frac{9}{6}-\frac{15}{3}x\right)=5\square-\square\, x-\square$

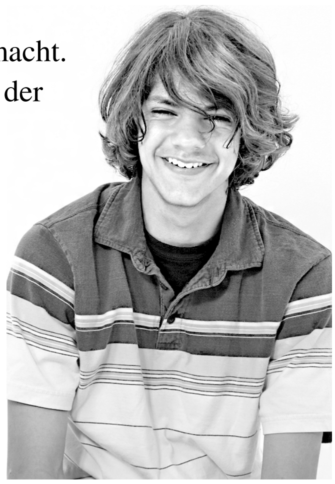
c $1{,}5(a-b)\cdot 2(a-3b)(-4a+2b)=3\left(\square\, a^2+\square\, ab+\square\, b^2\right)(-4a+2b)$

d $\frac{3}{5}(7{,}2x-5)\left(-\frac{5}{9}-\frac{5}{3}x+\frac{5}{6}y\right)=\frac{1}{5}\left(\square\, x^2+\square\, x-\square\, y+\square\, xy+\square\right)$

26 Welche der folgenden Terme sind äquivalent zu $-2(1{,}5x+3{,}5y)(2x-y)$?

a $-6x^2+3xy+14xy-7y^2$
b $-6x^2+3xy-14xy+7y^2$
c $(-3x-7y)(-4x+2y)$
d $-2(3x^2+5{,}5xy-3{,}5y^2)$
e $-6x^2+3xy-7y(-y+2x)$
f $3x(2x-y)-14xy+7y^2$

27 Leon hat in seinen Rechnungen jeweils einen Fehler gemacht. Erkläre jeweils den Fehler und berechne die Aufgabe ab der falschen Stelle richtig weiter.



a $(3-b)(a-2b)=3a-6ab-ab+2b^2$
$=3a-7ab+2b^2$

b $(ab-b^2+a)(b-b^2+c)=ab-b^2+ab-ab^2+ac$
$=2ab-b^2-ab^2+ac$

c $(a-b+c)(a+b-c)=a^2+ab-ac-ab-b^2+bc-c^2$
$=a^2-b^2-c^2-ac+bc$

50 Minuten

Test 3

1 Vereinfache durch Anwendung der Potenzgesetze und gib dann den Wert an.

a $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-3} : \left(-\frac{7}{9}\right)^{-4}$

b $\left(-\frac{5}{8}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$

c $[(-2)^2]^{-3}$

d $7^3 : 7 + 3^8 \cdot 3^{-7}$

___ von 7

e $2^3 \cdot 5^3 - 0{,}25^4 \cdot 4^4$

f $5^4 \cdot 4^6 \cdot 6^{-1} \cdot 4^{-5} \cdot 5^{-3} \cdot 6$

2 Wende die Potenzgesetze an und vereinfache so weit wie möglich. Es gilt a, b $\neq 0$.

a $[(-2{,}8a)^{-5} \cdot (3{,}5b)^2]^0$

b $(4a)^2 \cdot b^3 : (2a)^4$

___ von 6

c $(-2a)^6 \cdot \left(\frac{a^2}{2}\right)^{-3}$

d $\left(-\frac{5a}{3b}\right)^{-7} : \left(-\frac{3a}{5b}\right)^{7}$

3 Welche ganze Zahl muss jeweils in den Platzhalter?
Tipp: Schreibe zunächst die Zahlen als Potenzen.

a $3^{\square} \cdot 3^{-2} = 27$

b $2^6 : 2^{\square} = 1\,024$

___ von 7

c $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\square} = \frac{1}{128}$

d $\left(\frac{9}{4}\right)^{\square} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{5} = \frac{4}{9}$

4 Welche Potenzen haben den gleichen Wert?

___ von 4

$8^0 \quad 2^3 \quad -4^2 \quad (-2)^3 \quad 3^2 \quad -3^2 \quad (-2)^4 \quad -0{,}5^0$

5 Ordne die nachfolgenden Werte der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten Wert.

___ von 6

$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{1} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{0} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad -\left(\frac{1}{2}\right)^{4} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{3} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{3}$

30 bis 21	20 bis 12	11 bis 0

So lange habe ich gebraucht: ________

So viele Punkte habe ich erreicht: ________

23 **a** $2\cdot(75-15)-\cancel{[}3\cdot 7-12+5\cdot 1{,}2\cancel{]}=93$

Geänderte Rechnung:

$$\begin{aligned}2\cdot(75-15)-3\cdot 7-12+5\cdot 1{,}2&=2\cdot 60-21-12+6\\&=120-33+6\\&=93\end{aligned}$$

b $-16:2\cdot\cancel{(}2-4\cancel{)}+1{,}8-(-3{,}8+7)\cdot 4=-31$

Geänderte Rechnung:

$$\begin{aligned}-16:2\cdot 2-4+1{,}8-(-3{,}8+7)\cdot 4&=-8\cdot 2-4+1{,}8-3{,}2\cdot 4\\&=-16-4+1{,}8-12{,}8\\&=-20-11\\&=-31\end{aligned}$$

c $\left\{6\cdot\left[0{,}75-\frac{1}{4}\cdot 3-\cancel{\left(}\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\cancel{\right)}\right]-3\right\}\cdot(-3)=10{,}5$

Geänderte Rechnung:

$$\begin{aligned}\left\{6\cdot\left[0{,}75-\frac{1}{4}\cdot 3-\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right]-3\right\}\cdot(-3)&=\left\{6\cdot\left[0{,}75-0{,}75-\frac{2}{12}+\frac{1}{12}\right]-3\right\}\cdot(-3)\\&=\left\{6\cdot\left[-\frac{1}{12}\right]-3\right\}\cdot(-3)\\&=\{-0{,}5-3\}\cdot(-3)\\&=\{-3{,}5\}\cdot(-3)\\&=10{,}5\end{aligned}$$

d $-\frac{8}{2}\cdot\left[-7{,}5-\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}-\frac{7}{8}\right)\right]-\cancel{(}2-2{,}5\cancel{)}:0{,}5=20$

Geänderte Rechnung:

$$\begin{aligned}-\frac{8}{2}\cdot\left[-7{,}5-\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}-\frac{7}{8}\right)\right]-2-2{,}5:0{,}5&=-4\cdot\left[-7{,}5-\left(\frac{1}{8}-\frac{7}{8}\right)\right]-2-5\\&=-4\cdot\left[-\frac{15}{2}+\frac{6}{8}\right]-7\\&=-4\cdot\left[-\frac{30}{4}+\frac{3}{4}\right]-7\\&=-4\cdot\left[-\frac{27}{4}\right]-7\\&=27-7\\&=20\end{aligned}$$

24 **a**

$$\begin{aligned}(\mathbf{4}-\mathbf{3b})(2b-7)&=\mathbf{4}\cdot 2b-\mathbf{4}\cdot 7-\mathbf{3b}\cdot 2b-\mathbf{3b}\cdot(-7)\\&=8b-28-6b^2+21b\\&=29b-28-6b^2\\&=-6b^2+29b-28\end{aligned}$$

Jeder Summand der 1. Klammer wird mit jedem aus der 2. Klammer multipliziert.

Sortiere die Variable mit der höchsten Potenz nach vorne.

b $(-x+2y)(-y+2x) = -x\cdot(-y) - x\cdot 2x + 2y\cdot(-y) + 2y\cdot 2x$
$= xy - 2x^2 - 2y^2 + 4xy$ Ordne nach der höchsten Potenz.
$= -2x^2 - 2y^2 + 5xy$

c $(3a-2b)(4a-2b+4c) = 3a\cdot 4a + 3a\cdot(-2b) + 3a\cdot 4c - 2b\cdot 4a - 2b\cdot(-2b) - 2b\cdot 4c$
$= 12a^2 - 6ab + 12ac - 8ab + 4b^2 - 8bc$
$= 12a^2 + 4b^2 - 14ab + 12ac - 8bc$

d $(4x+2y-3z)(3y-4x) = 12xy - 16x^2 + 6y^2 - 8xy - 9yz + 12xz$
$= 4xy - 16x^2 + 6y^2 - 9yz + 12xz$
$= -16x^2 + 6y^2 + 4xy - 9yz + 12xz$

e $-\left(1-\frac{3}{2}y\right)(4+8y)+\left(-\frac{5}{2}-\frac{7}{2}y\right) = -\left(4+8y-\frac{3}{2}y\cdot 4-\frac{3}{2}y\cdot 8y\right)-\frac{5}{2}-\frac{7}{2}y$
$= -(4+8y-6y-12y^2)-2{,}5-3{,}5y$
$= -(4+2y-12y^2)-2{,}5-3{,}5y$
$= -4-2y+12y^2-2{,}5-3{,}5y$
$= 12y^2-5{,}5y-6{,}5$

f $\left(\frac{1}{2}x-y\right)\left(x+\frac{1}{4}y\right)(8x+4y) = \left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{8}xy-yx-\frac{1}{4}y^2\right)(8x+4y)$
$= \left(\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{8}xy-\frac{1}{4}y^2\right)(8x+4y)$
$= 4x^3+2x^2y-7x^2y-3{,}5xy^2-2xy^2-y^3$
$= 4x^3-y^3-5x^2y-5{,}5xy^2$

g $2(4x-3y)(2x-y)-(x+4y)(y-2) = 2(8x^2-4xy-6xy+3y^2)-(xy-2x+4y^2-8y)$
$= 2(8x^2-10xy+3y^2)-xy+2x-4y^2+8y$
$= 16x^2-20xy+6y^2-xy+2x-4y^2+8y$
$= 16x^2+2y^2-21xy+2x+8y$

h $(x-3y)(1-y)+2(x-3)(x-4y) = x-xy-3y+3y^2+2(x^2-4xy-3x+12y)$
$= x-xy-3y+3y^2+2x^2-8xy-6x+24y$
$= 2x^2+3y^2-9xy-5x+21y$

25 **a** $(5a-7b)(2a+6b) = 10a^2+16ab+(-42)b^2$

Berechnungen:
$(5a-7b)(2a+6b) = 10a^2+30ab-14ab-42b^2$
$= 10a^2+16ab-42b^2$

b $-5{,}5\left(\frac{2}{11}x-\frac{4}{11}\right)\left(\frac{9}{6}-\frac{15}{3}x\right) = 5x^2-11{,}5x-(-3)$

Berechnungen:
$-5{,}5\left(\frac{2}{11}x-\frac{4}{11}\right)\left(\frac{9}{6}-\frac{15}{3}x\right)$
$= -\frac{11}{2}\left(\frac{3}{11}x-\frac{10}{11}x^2-\frac{6}{11}+\frac{20}{11}x\right)$
$= -\frac{11}{2}\left(-\frac{10}{11}x^2+\frac{23}{11}x-\frac{6}{11}\right)$
$= 5x^2-11{,}5x+3$

Hast du's gewusst?

c $1{,}5(a-b)\cdot 2(a-3b)(-4a+2b)=3(\mathbf{1}a^2+(\mathbf{-4})ab+\mathbf{3}b^2)(-4a+2b)$

Berechnungen:
$1{,}5(a-b)\cdot 2(a-3b)(-4a+2b)$
$=1{,}5\cdot 2(a-b)(a-3b)(-4a+2b)$
$=3(a^2-3ab-ab+3b^2)(-4a+2b)$
$=3(a^2\mathbf{-4}ab+\mathbf{3}b^2)(-4a+2b)$

d $\frac{3}{5}(7{,}2x-5)\left(-\frac{5}{9}-\frac{5}{3}x+\frac{5}{6}y\right)=\frac{1}{5}\left(\mathbf{-36}x^2+\mathbf{13}x-\mathbf{12{,}5}y+\mathbf{18}xy+\mathbf{\frac{25}{3}}\right)$

Berechnungen:
$\frac{3}{5}(7{,}2x-5)\left(-\frac{5}{9}-\frac{5}{3}x+\frac{5}{6}y\right)$
$=\frac{3}{5}\left(-4x-12x^2+6xy+\frac{25}{9}+\frac{25}{3}x-\frac{25}{6}y\right)$
$=\frac{3}{5}\left(-12x^2+\frac{13}{3}x-\frac{25}{6}y+6xy+\frac{25}{9}\right)$
$=\frac{1}{5}\left(\mathbf{-36}x^2+\mathbf{13}x-\mathbf{12{,}5}y+\mathbf{18}xy+\mathbf{\frac{25}{3}}\right)$

26 Es gilt: $-2(1{,}5x+3{,}5y)(2x-y)=-2(3x^2-1{,}5xy+7xy-3{,}5y^2)$
$=-2(3x^2+5{,}5xy-3{,}5y^2)$
$=-6x^2-11xy+7y^2$

a $-6x^2+3xy+14xy-7y^2=-6x^2+17xy-7y^2$

b $-6x^2+3xy-14xy+7y^2=\mathbf{-6x^2-11xy+7y^2}$

c $(-3x-7y)(-4x+2y)=12x^2-6xy+28xy-14y^2=12x^2+22xy-14y^2$

d $-2(3x^2+5{,}5xy-3{,}5y^2)=\mathbf{-6x^2-11xy+7y^2}$

e $-6x^2+3xy-7y(-y+2x)=-6x^2+3xy+7y^2-14xy=\mathbf{-6x^2-11xy+7y^2}$

f $3x(2x-y)-14xy+7y^2=6x^2-3xy-14xy+7y^2=6x^2-17xy+7y^2$

Zu $-2(1{,}5x+3{,}5y)(2x-y)$ sind die Terme **b**, **d** und **e** äquivalent.

27 **a** $(3-b)(a-2b)=3a-6ab-ab+2b^2$
$=3a-7ab+2b^2$

Begründung:
Leon hat ein „a“ hinzugefügt, das hier nicht hingehört.

Richtige Lösung:
$(3-b)(a-2b)=3a-6b-ab+2b^2$

Lässt sich nicht vereinfachen.

b $(ab-b^2+a)(b-b^2+c)=ab-b^2+ab-ab^2+ac$
$=2ab-b^2-ab^2+ac$

Begründung:
Leon hat vergessen, die ersten beiden Glieder der ersten Klammer mit denen der zweiten Klammer zu multiplizieren. Stattdessen hat er sie einfach nur notiert.

Hast du's gewusst?

Test 3

1

a $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-3} : \left(-\frac{7}{9}\right)^{-4} = \left(-\frac{7}{9}\right)^{-3-(-4)} = \left(-\frac{7}{9}\right)^{1} = -\frac{7}{9}$

Die Potenzen haben dieselbe Basis.

b $\left(-\frac{5}{8}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{8} : \frac{1}{8}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{1}\right)^{-2} = (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$

Die Potenzen haben den gleichen Exponenten.

c $[(-2)^2]^{-3} = (-2)^{2 \cdot (-3)} = (-2)^{-6} = \frac{1}{(-2)^6} = \frac{1}{64}$

Potenziere die Potenz.

d $7^3 : 7 + 3^8 \cdot 3^{-7} = 7^{3-1} + 3^{8+(-7)} = 7^2 + 3^1 = 49 + 3 = 52$

Die Potenzen haben jeweils dieselbe Basis.

e $2^3 \cdot 5^3 - 0{,}25^4 \cdot 4^4 = (2 \cdot 5)^3 - (0{,}25 \cdot 4)^4 = 10^3 - 1^4 = 1\,000 - 1 = 999$

Die Potenzen haben jeweils den gleichen Exponenten.

f
$$\begin{aligned} 5^4 \cdot 4^6 \cdot 6^{-1} \cdot 4^{-5} \cdot 5^{-3} \cdot 6 &= 5^4 \cdot 5^{-3} \cdot 4^6 \cdot 4^{-5} \cdot 6^{-1} \cdot 6 \\ &= 5^{4+(-3)} \cdot 4^{6+(-5)} \cdot 6^{-1+1} \\ &= 5^1 \cdot 4^1 \cdot 6^0 \\ &= 5 \cdot 4 \cdot 1 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Vertauschungsgesetz anwenden

2

a $[(-2{,}8a)^{-5} \cdot (3{,}5b)^2]^0 = 1$

Jede Potenz mit Exponent 0 hat den Wert 1!

b $(4a)^2 \cdot b^3 : (2a)^4 = \frac{4^2 \cdot a^2 \cdot b^3}{2^4 \cdot a^4} = \frac{4^2}{2^4} \cdot \frac{a^2}{a^4} \cdot b^3 = \frac{16}{16} \cdot a^{2-4} \cdot b^3 = a^{-2} b^3$

c $(-2a)^6 \cdot \left(\frac{a^2}{2}\right)^{-3} = (-2a)^6 \cdot \left(\frac{2}{a^2}\right)^3 = (-2)^6 \cdot a^6 \cdot \frac{2^3}{a^{2 \cdot 3}} = 2^6 \cdot 2^3 \cdot \frac{a^6}{a^6} = 2^{6+3} = 2^9 = 512$

d $\left(-\frac{5a}{3b}\right)^{-7} : \left(-\frac{3a}{5b}\right)^7 = \left(-\frac{3b}{5a}\right)^7 : \left(-\frac{3a}{5b}\right)^7 = \left(\frac{3b}{5a} : \frac{3a}{5b}\right)^7 = \left(\frac{3b}{5a} \cdot \frac{5b}{3a}\right)^7 = \left(\frac{b^2}{a^2}\right)^7 = \frac{b^{2 \cdot 7}}{a^{2 \cdot 7}} = \frac{b^{14}}{a^{14}}$

3

a $3^5 \cdot 3^{-2} = 27$

Berechnungen:
$27 = 3^3$
$27 : 3^{-2} = 3^3 : 3^{-2} = 3^{3-(-2)} = 3^5$

b $2^6 : 2^{-4} = 1\,024$

Berechnungen:
$1\,024 = 2^{10}$
$2^6 : 1\,024 = 2^6 : 2^{10} = 2^{6-10} = 2^{-4}$

c $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{128}$

Berechnungen:
$\frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$
$\frac{1}{128} : \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^7 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{7-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$

Hast du's gewusst?

d $\left(\frac{9}{4}\right)^{4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{5} = \frac{4}{9}$

Berechnungen:
$\frac{4}{9} : \left(\frac{4}{9}\right)^{5} = \left(\frac{4}{9}\right)^{1-5} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-4} = \left(\frac{9}{4}\right)^{4}$

4 Es gilt:
$8^0 = 1 \quad 2^3 = 8 \quad -4^2 = -16 \quad (-2)^3 = -8 \quad 3^2 = 9 \quad -3^2 = -9 \quad (-2)^4 = 16 \quad -0{,}5^0 = -1$
$\Rightarrow$ Die Potenzen haben alle einen unterschiedlichen Wert.

5 Es gilt:
$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = (-2)^4 = 16 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{1} = -\frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$
$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8 \quad -\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = -\frac{1}{16} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{3} = -\frac{1}{8}$
Der Größe nach geordnet und mit dem kleinsten Wert beginnend erhält man:
$-8 < -\frac{1}{2} < -\frac{1}{8} < -\frac{1}{16} < \frac{1}{8} < 1 < 2 < 4 < 8 < 16$
Damit gilt:
$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} < \left(-\frac{1}{2}\right)^{1} < \left(-\frac{1}{2}\right)^{3} < -\left(\frac{1}{2}\right)^{4} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3} < \left(\frac{1}{2}\right)^{0} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} < \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$

Test 4

1 **a** $2\,500\,000\,000 \cdot 0{,}00002 = 2{,}5 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{9+(-5)} = 5 \cdot 10^4$

b $0{,}000000126 : 6\,000\,000 = \frac{126 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^6} = \frac{126}{6} \cdot \frac{10^{-9}}{10^6} = 21 \cdot 10^{-9-6} = 21 \cdot 10^{-15} = 2{,}1 \cdot 10^{-14}$

c $180 \cdot 10^{17} : (1{,}5 \cdot 10^{-11}) = \frac{180 \cdot 10^{17}}{15 \cdot 10^{-12}} = \frac{180}{15} \cdot \frac{10^{17}}{10^{-12}} = 12 \cdot 10^{17-(-12)} = 12 \cdot 10^{29} = 1{,}2 \cdot 10^{30}$

d $3{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}6 \cdot 10^7 \cdot 2{,}5 \cdot 10^2 = 3 \cdot 0{,}6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^7 \cdot 10^2 = 4{,}5 \cdot 10^{-3+7+2} = 4{,}5 \cdot 10^6$

2 **a** $0{,}8^{-3} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$
$= \left(\frac{4}{5}\right)^{-3+2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = 0$

Beide Potenzen haben dieselbe Basis.

b $1{,}25^{-1} \cdot 8^{-1} - 3^3 : 0{,}75^3 = (1{,}25 \cdot 8)^{-1} - (3 : 0{,}75)^3 = 10^{-1} - 4^3 = 0{,}1 - 64 = -63{,}9$

c $\left[\left(0{,}5^{-2} \cdot \frac{1}{2}\right)^{-3}\right]^{-2} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{2}\right]^{-3 \cdot (-2)} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2+1}\right]^{6} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{6} = [(2)^1]^6 = 2^6 = 64$