REALSCHULE

SCHULAUF

MEHR ERFAHREN

Mathematik 8. Kl

Wahlpflichtfächergruppe II/III · Bayern

NIKOLAUS SCHÖPP

passend zum LehrplanPLUS

STARK

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Heft kannst du dich ideal auf die Schul- und Stegreifaufgaben vorbereiten, die du in der Wahlpflichtfächergruppe II /III der 8. Klasse an der Realschule schreiben wirst.

Der Schulstoff ist hier in drei Themenbereiche unterteilt, die der Stoffverteilung auf die drei Schulaufgaben entsprechen. Zu jedem dieser Bereiche findest du drei Musterschulaufgaben und ein bis zwei Musterstegreifaufgaben, die sich inhaltlich ergänzen und so den gesamten Stoff des Lehrplans abdecken.

Wenn du eine Schul- oder Stegreifaufgabe gelöst hast, kannst du deine Rechenschritte mit denen im Lösungsheft vergleichen. Um deine Leistung richtig einschätzen zu können, findest du zu allen Schul- und Stegreifaufgaben im Angabenteil die Punkteverteilung auf die Teilaufgaben sowie einen Notenschlüssel. Damit du dabei auch ein Gefühl für Schwierigkeitsgrad und Zeitaufwand der Aufgaben entwickeln kannst, sind im Lösungsheft zu allen Aufgaben der Schwierigkeitsgrad (leicht, mittel, schwer) und der Zeitbedarf angegeben.

Viel Erfolg bei deinen Schulaufgaben und Stegreifaufgaben!

Inhaltsverzeichnis

Zeichenerklärung

Zeitangabe

Leichte Aufgabe

Mittelschwere Aufgabe

Schwere Aufgabe

Schulaufgabe 1

Inhalte: Termumformungen, binomische Formeln, Dreiecke

Zeitbedarf: 40 Minuten

1. Multipliziere aus und vereinfache dann so weit wie möglich.

a) $(x-12)(x+3)$ ___ von 1

b) $(a-2b)(b-a)(3a+2b)$ ___ von 1

2. Klammere den angegebenen Faktor aus.

a) $a^3b+ab-a^3b^3-ab^3$ Faktor: ab ___ von 1

b) $-8x^4-4x^2+12x^3$ Faktor: $-4x^2$ ___ von 1

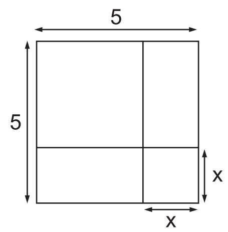
c) $6x^2-2y+z$ Faktor: $\frac{1}{2}$ ___ von 1

3. Fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $6x-(x^2-4x+4)-(4x^2+6x+9)$ ___ von 3

b) $(x-7)\cdot 3x-2x\cdot(3x+2)$ ___ von 3

4. Claudia behauptet: „Wenn man die quadratische Fläche in vier Rechtecksflächen zerlegt, kann man in der nebenstehenden Zeichnung die 2. binomische Formel entdecken.“ Zeige, dass Claudia recht hat. Stelle dazu eine Gleichung auf und forme sie um. ___ von 2



5. Ergänze die fehlenden Zahlen, Variablen und Zeichen.

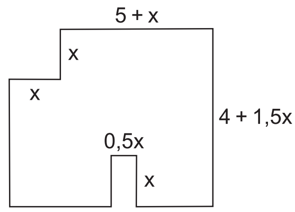
a) $(\underline{\qquad}-5y)^2=4x^2\underline{\qquad\qquad}+25y^2$ ___ von 1

b) $(2y+\underline{\qquad})(2y-\underline{\qquad})=\underline{\qquad}-9$ ___ von 1

c) $(u+\underline{\qquad})^2=\underline{\qquad}+6uv+\underline{\qquad}$ ___ von 1

d) $(\underline{\qquad}+c^3)(\underline{\qquad}-c^3)=\frac{b^2}{16}\;\underline{\qquad}$ ___ von 1

6. Bestimme den Flächeninhalt A(x) der nebenstehenden Figur in Abhängigkeit von $x \in \mathbb{Q}^+$.
Entnimm dazu die Maße der nebenstehenden Zeichnung.



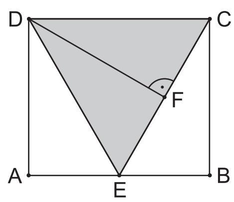
___ von 4

7. Kreuze die richtigen Aussagen an.

___ von 4

- ☐ Im Dreieck ist die Summe zweier Seitenlängen höchstens so groß wie die dritte Seitenlänge.
- ☐ Stimmen zwei Dreiecke in den Längen aller drei Seiten überein, so sind sie kongruent.
- ☐ In jedem Dreieck liegt der kürzesten Seite der kleinste Winkel gegenüber.
- ☐ Ein Dreieck, das drei gleich lange Seiten hat, ist nicht gleichschenklig.
- ☐ Ein gleichschenkliges Dreieck besitzt immer eine Symmetrieachse.
- ☐ Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt, übereinstimmen.

8. Um das gleichseitige Dreieck DEC ist das Rechteck ABCD konstruiert.
Beweise, dass gilt: $\Delta DEF \cong \Delta EBC$



___ von 4

Notenschlüssel

1	2	3	4	5	6
29 – 26	25 – 21	20 – 16	15 – 11	10 – 6	5 – 0

So lange habe ich gebraucht: ______________

So viele Punkte habe ich erreicht: ______________

Stegreifaufgabe 2

1. a) 1 Minute,
$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + \mathbf{y^2}$

b) 1 Minute,
$(u-v)^2 = u^2 \mathbf{-} 2uv \mathbf{+} v^2$

c) 1 Minute,
$(2u + \mathbf{5v})^2 = 4u^2 + 20uv + 25v^2$

d) 1 Minute,
$(\mathbf{2z}+7)(\mathbf{2z}-7) = 4z^2 \mathbf{-49}$

2. a) 3 Minuten,
$(0{,}5x - 1{,}5)^2 = 0{,}25x^2 - 2 \cdot 0{,}5x \cdot 1{,}5 + 1{,}5^2 = 0{,}25x^2 - 1{,}5x + 2{,}25$

b) 3 Minuten,
$12y + (2-y)^2 = 12y + 4 - 2 \cdot 2 \cdot y + y^2 = 12y + 4 - 4y + y^2 = y^2 + 8y + 4$

c) 3 Minuten,
$(3x+4)(3x-4) - 9x^2 + 15 = 9x^2 - 16 - 9x^2 + 15 = -1$

3. 4 Minuten,

☐ $16v^2 - 24v - 4$	☐ $2 + 4v^2$
☐ $5 - 16v^2$	☒ $-4 + 24v - 16v^2$
☒ $-(3-4v)^2 + 5$	☐ $-4 - 16v^2$

Schulaufgabe 1

1. a) 2 Minuten,
$(x-12)(x+3) = x^2 + 3x - 12x - 36 = x^2 - 9x - 36$

b) 3 Minuten,
$$\begin{aligned}(a-2b)(b-a)(3a+2b) &= (ab - a^2 - 2b^2 + 2ab)(3a+2b)\\ &= (3ab - a^2 - 2b^2)(3a+2b)\\ &= 9a^2b + 6ab^2 - 3a^3 - 2a^2b - 6ab^2 - 4b^3\\ &= -3a^3 + 7a^2b - 4b^3\end{aligned}$$

2. a) 1 Minute,
$a^3b + ab - a^3b^3 - ab^3 = ab(a^2 + 1 - a^2b^2 - b^2)$

b) 2 Minuten,

$$-8x^4 - 4x^2 + 12x^3 = -4x^2(2x^2 + 1 - 3x)$$

c) 2 Minuten,

$$6x^2 - 2y + z = \frac{1}{2}(12x^2 - 4y + 2z)$$

3. a) 1 Minute,

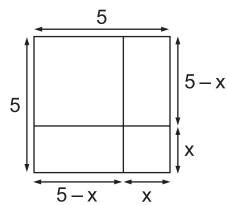
$$\begin{aligned} 6x - (x^2 - 4x + 4) - (4x^2 + 6x + 9) &= 6x - x^2 + 4x - 4 - 4x^2 - 6x - 9 \\ &= -5x^2 + 4x - 13 \end{aligned}$$

b) 1 Minute,

$$\begin{aligned} (x - 7)\cdot 3x - 2x\cdot(3x + 2) &= 3x^2 - 21x - (6x^2 + 4x) \\ &= 3x^2 - 21x - 6x^2 - 4x \\ &= -3x^2 - 25x \end{aligned}$$

4. 5 Minuten,

$$\begin{aligned} & 5^2 = (5 - x)^2 + x^2 + 2\cdot x\cdot(5 - x) \\ \Leftrightarrow\quad & 5^2 = (5 - x)^2 + x^2 + 10x - 2x^2 \\ \Leftrightarrow\quad & 5^2 = (5 - x)^2 - x^2 + 10x \qquad \left| + x^2 - 10x \right. \\ \Leftrightarrow\quad & 5^2 - 10x + x^2 = (5 - x)^2 \end{aligned}$$



5. a) 1 Minute,

$$(\mathbf{2x} - 5y)^2 = 4x^2 \mathbf{- 20xy} + 25y^2$$

b) 1 Minute,

$$(2y + \mathbf{3})(2y - \mathbf{3}) = \mathbf{4y^2} - 9$$

c) 2 Minuten,

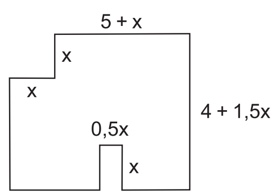
$$(u + \mathbf{3v})^2 = \mathbf{u^2} + 6uv + \mathbf{9v^2}$$

d) 2 Minuten,

$$\left(\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{4}} + c^3\right)\left(\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{4}} - c^3\right) = \frac{b^2}{16} \mathbf{- c^6}$$

6. 5 Minuten,

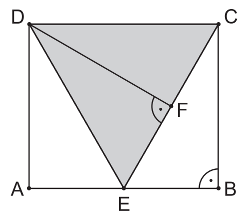
$$A(x) = (4 + 1{,}5x)\cdot(5 + x + x) - x\cdot x - x\cdot 0{,}5x$$
$$A(x) = (4 + 1{,}5x)\cdot(5 + 2x) - x^2 - 0{,}5x^2$$
$$A(x) = 20 + 8x + 7{,}5x + 3x^2 - 1{,}5x^2$$
$$A(x) = 1{,}5x^2 + 15{,}5x + 20$$



4 **7.** 5 Minuten,

- [ ] Im Dreieck ist die Summe zweier Seitenlängen höchstens so groß wie die dritte Seitenlänge.
- [x] Stimmen zwei Dreiecke in den Längen aller drei Seiten überein, so sind sie kongruent.
- [x] In jedem Dreieck liegt der kürzesten Seite der kleinste Winkel gegenüber.
- [ ] Ein Dreieck, das drei gleich lange Seiten hat, ist nicht gleichschenklig.
- [x] Ein gleichschenkliges Dreieck besitzt immer eine Symmetrieachse.
- [x] Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt, übereinstimmen.

8. 7 Minuten,



Voraussetzung: $\left.\begin{array}{l}|\overline{CD}|=|\overline{DE}|=|\overline{EC}| \\ |\overline{EF}|=|\overline{FC}|\end{array}\right\}\Delta DEC$ gleichseitig

$\sphericalangle BAD=\sphericalangle CBA=90°$ (Rechteck ABCD)

Behauptung: $\Delta DEF \cong \Delta EBC$

Beweis:
Da $|\overline{CD}|=|\overline{AB}|$ und ΔDEC gleichseitig gilt $|\overline{AE}|=|\overline{EB}|$
und damit $|\overline{EF}|=|\overline{FC}|=|\overline{AE}|=|\overline{EB}|$.
Insgesamt gilt also: $|\overline{DE}|=|\overline{EC}|, |\overline{EB}|=|\overline{EF}|$ und $\sphericalangle BAC=\sphericalangle DFE=90°$
Weil die Dreiecke DEF und EBC in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren der beiden Seiten übereinstimmen, sind die Dreiecke kongruent (SsW):
$\Delta DEF \cong \Delta EBC$

Alternativer Lösungsweg:

Voraussetzung: $\left.\begin{array}{l}|\overline{CD}|=|\overline{DE}|=|\overline{EC}| \\ \sphericalangle CED=\sphericalangle DCE=\sphericalangle EDC=60°\end{array}\right\}\Delta DEC$ gleichseitig

$\sphericalangle CBE=\sphericalangle DCB=90°$ (Rechteck ABCD)

Behauptung: $\Delta DEF \cong \Delta EBC$

Beweis:
Wegen ΔDEC gleichseitig gilt: $\sphericalangle EDF=\frac{1}{2}\cdot\sphericalangle EDC=30°$
Außerdem gilt: $\sphericalangle ECB=\sphericalangle DCB-\sphericalangle DCE=90°-60°=30°$
Wegen $\sphericalangle CBE=\sphericalangle DCB=90°$ stimmen ΔDEF und ΔEBC also in 2 Winkeln überein. Aus der Winkelsumme folgt, dass sie damit auch im dritten Winkel übereinstimmen: $\sphericalangle FED=\sphericalangle BEC$
Insgesamt gilt also: $|\overline{DE}|=|\overline{EC}|$; $\sphericalangle EDF=\sphericalangle ECB$; $\sphericalangle FED=\sphericalangle BEC$
Weil die Dreiecke DEF und EBC in zwei Winkeln und der von den Winkeln eingeschlossenen Seite übereinstimmen, sind die Dreiecke kongruent (WSW):
$\Delta DEF \cong \Delta EBC$