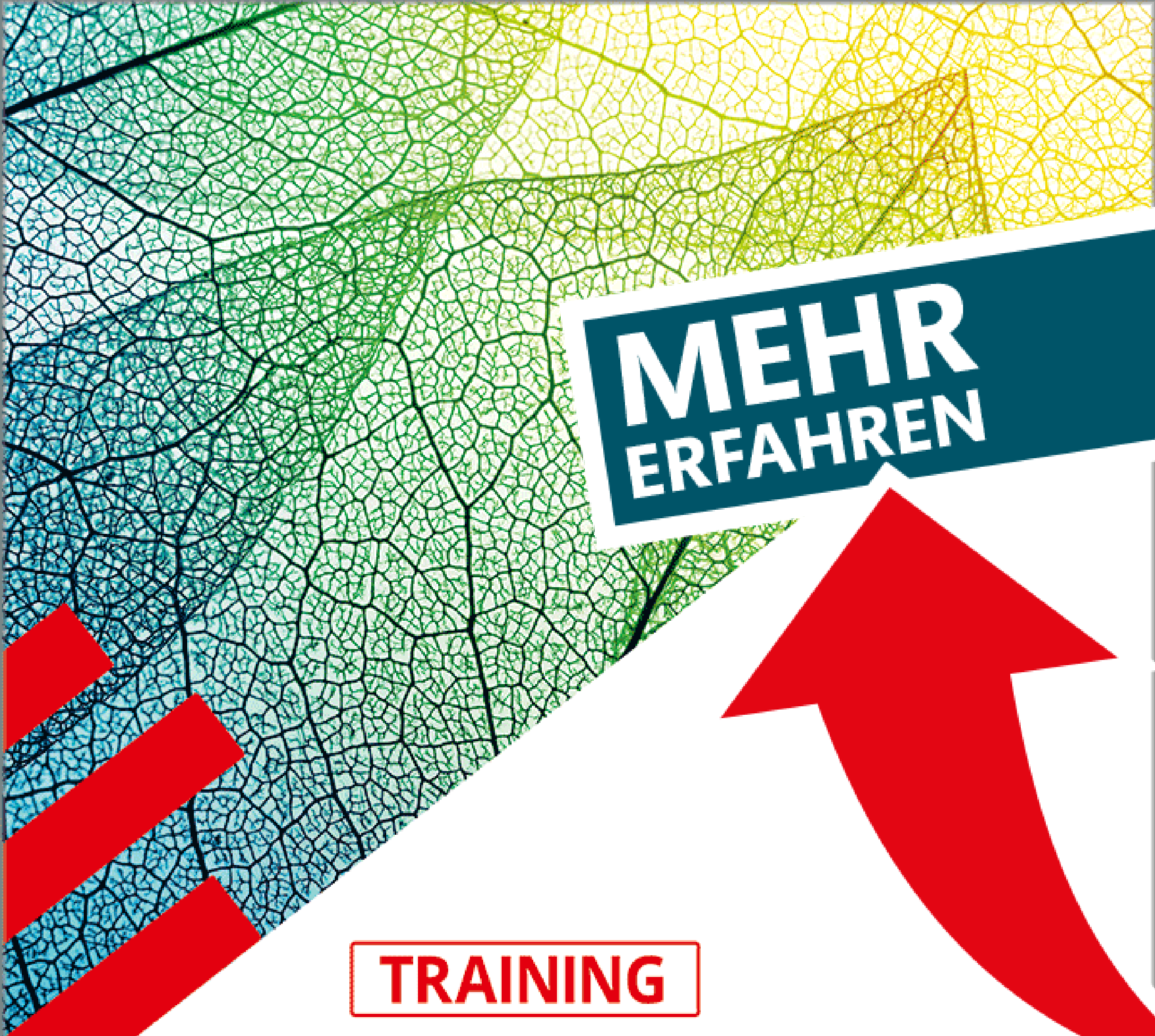
TRAINING

Gymnasium

Mathematik 7. Klasse

STARK



MEHR ERFAHREN

TRAINING

Gymnasium

Mathematik 7. Klasse

STARK

Inhalt

Lösungen zu allen Aufgaben stehen online auf
www.stark-verlag.de/loesungen/900411
(siehe Hinweise im Vorwort dieses Buches).

Autorinnen und Autoren:
Monika Muthsam (Geometrie)
Markus Fiederer (Algebra)

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem auf den Lehrplan abgestimmten Trainingsbuch kannst du den **gesamten Unterrichtsstoff** für die **Geometrie** in der **7. Klasse** selbstständig wiederholen und dich optimal auf Klassenarbeiten/Schulaufgaben vorbereiten.

- Um dir bei der Herangehensweise an mathematische Probleme zu helfen, erhältst du im ersten Teil dieses Buches **Hinweise und Tipps zur effektiven Lösung von Mathematikaufgaben**.
- In den folgenden Kapiteln werden alle **unterrichtsrelevanten Themen** aufgegriffen und anhand von ausführlichen **Beispielen** veranschaulicht. **Kleinschrittige Hinweise** erklären dir die einzelnen Rechen- oder Denkschritte genau. Die Zusammenfassungen der **zentralen Inhalte** sind außerdem in blauer Schrift hervorgehoben.
- **Zahlreiche Übungsaufgaben** mit ansteigendem Schwierigkeitsgrad bieten dir die Möglichkeit, die verschiedenen Themen einzuüben. Hier kannst du überprüfen, ob du den gelernten Stoff auch anwenden kannst. Komplexere Aufgaben, bei denen du wahrscheinlich etwas mehr Zeit zum Lösen brauchen wirst, sind mit einem ✳ gekennzeichnet.
- Online unter **www.stark-verlag.de/loesungen/900411** findest du zu allen Aufgaben einen **vollständig vorgerechneten Lösungsvorschlag** mit **ausführlichen Hinweisen**, die dir den Lösungsansatz oder die jeweiligen Schwierigkeiten erläutern. Du kannst dir mithilfe der Buttons rechts oben entweder alle Zwischenschritte der Lösung anzeigen lassen oder nur das Ergebnis zum schnellen Vergleich mit deiner eigenen Lösung.
- Im Buch sind zudem **in jedem Abschnitt QR-Codes** abgedruckt, mit denen du schnell zu den Lösungen des Abschnitts gelangst. Unter dem QR-Code ist angegeben, zu welchen Lösungen er gehört. Z. B. steht „L 10 – 17“ für die Lösungen zu den Aufgaben 10 bis 17.
- Begriffe, die dir unklar sind, kannst du im **Grundwissen der 5. bis 7. Klasse** nachschlagen. Dort sind alle wichtigen Definitionen zusammengefasst, die du am Ende der 7. Klasse wissen musst.

Wir wünschen dir gute Fortschritte bei der Arbeit mit diesem Buch und viel Erfolg in der Mathematik!

Monika Muthsam

Markus Fiederer

3 Die Äquivalenzumformung

Betrachte die Gleichung $2x + 3 = 25$. Schon bei dieser relativ einfachen Gleichung ist es schwierig, eine Lösung zu erraten.
Um die Gleichung zu lösen, isolierst du die Variable mittels Umformungen auf eine Seite des Gleichheitszeichens. Allerdings dürfen die Umformungen die Lösung der ursprünglichen Gleichung nicht verändern. Das kannst du verstehen, wenn du an eine Balkenwaage denkst:
Sie bleibt im Gleichgewicht, wenn auf beiden Waagschalen das gleiche Gewicht aufgelegt oder von ihnen weggenommen wird. Überträgt man dies auf eine Gleichung, muss auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens das Gleiche (das Äquivalente) verändert werden.

> Um **Gleichungen zu lösen**, **isolierst** du die **Variable** auf eine Seite des Gleichheitszeichens. Damit die Lösung der neuen Gleichung mit der Lösung der ursprünglichen Gleichung übereinstimmt, darfst du ausschließlich die folgenden **Äquivalenzumformungen** durchführen:
> - die **Addition bzw. Subtraktion auf beiden Seiten** der Gleichung mit derselben Zahl,
> - die **Multiplikation bzw. Division auf beiden Seiten** der Gleichung mit derselben Zahl ungleich null.

Beispiel

$2x + 3 = 25$

Lösung:

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 25 && \mid -3 \\ 2x + \underbrace{3 - 3}_{=0} &= 25 - 3 \\ 2x &= 22 && \mid :2 \\ 2x : 2 &= 22 : 2 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Isoliere x auf eine Seite des Gleichheitszeichens durch Subtraktion von 3. Gib die **Äquivalenzumformungen** stets **hinter einem senkrechten Strich** in der jeweiligen Zeile der Gleichung an. So kannst du später leichter nachvollziehen, was du gerechnet hast.

Probe:

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 25 \\ 2 \cdot 11 + 3 &= 25 \\ 22 + 3 &= 25 \\ 25 &= 25 \end{aligned}$$

Überprüfe deine Lösung durch Einsetzen in die Anfangsgleichung.

Ergebnis: Die Lösungsmenge der Gleichung ist $\mathbb{L} = \{11\}$.

131 Verbessere die Fehler.

L 131–132

a)
$$\begin{aligned} 9 - 2x &= 16 && \mid -9 \\ 2x &= 7 && \mid :2 \\ x &= 3{,}5 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 5x + 45 &= 5 && \mid :5 \\ x + 45 &= 1 && \mid -45 \\ x &= 46 \end{aligned}$$

132 Bestimme die Lösungsmengen der Gleichungen.

a) $3x - 1 = -11$

b) $-3x + 1 - (2x + 7) = 24$

c) $x : (-12) = 5$

d) $x : 1{,}2 - \frac{4}{5} = \frac{1}{10}$

e) $(-x) : 3 - \frac{1}{9} = \frac{2}{3}$

f) $5 = -\frac{4}{3} - 19x$

4 Lösungsstrategie für komplizierte Gleichungen

Oft sind die Gleichungen, für die die Lösungsmenge gesucht wird, sehr komplex und du musst viele einzelne Rechenschritte nacheinander ausführen. Wenn du die angegebene Reihenfolge streng beachtest, gelangst du sicher ans Ziel.

Komplizierte Gleichungen kannst du mit folgender Strategie lösen:

1. **Vereinfache** die Gleichung, indem du Klammern auflöst und gleichartige Glieder zusammenfasst.
2. **Isoliere** die gesuchte Variable mittels Äquivalenzumformungen.
3. **Überprüfe**, ob die gefundene Lösung Element der Grundmenge ist, und mache die **Probe** durch Einsetzen der Lösung in die Gleichung.
4. Gib die **Lösungsmenge** an.

Beispiele

1. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $9x - 2 - (7x + 2) = -4x$.

Lösung:

Schritt 1: Vereinfache die Gleichung.

$$\begin{aligned} 9x - 2 - (7x + 2) &= -4x \\ 9x - 2 - 7x - 2 &= -4x \\ 9x - 7x - 2 - 2 &= -4x \\ 2x - 4 &= -4x \end{aligned}$$

Löse die Klammer auf und fasse zusammen.

Schritt 2: Isoliere die Variable.

Isoliere die Variable x, indem du 4x addierst und anschließend die Zahl 4 addierst. Dividiere dann durch den Vorfaktor 6 der Variablen.

$$
\begin{aligned}
2x-4&=-4x &&\mid +4x\\
2x+\mathbf{4x}-4&=-4x+\mathbf{4x}\\
6x-4&=0 &&\mid +4\\
6x&=4 &&\mid :6\\
6x\,\mathbf{:6}&=4\,\mathbf{:6}\\
x&=\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}^{3}}
\end{aligned}
$$

Schritt 3: Überprüfung

$\frac{2}{3}$ ist eine rationale Zahl und damit in der Grundmenge $\mathbb{Q}$ enthalten. Die Probe zeigt, dass die gefundene Lösung richtig ist.

$$\frac{2}{3}\in\mathbb{Q}$$

Probe:

$$
\begin{aligned}
\cancel{9}^{3}\cdot\frac{2}{\cancel{3}^{1}}-2-\left(7\cdot\frac{2}{3}+2\right)&=-4\cdot\frac{2}{3}\\
6-2-\frac{14}{3}-2&=-\frac{8}{3}\\
2-\frac{14}{3}&=-\frac{8}{3}\\
\frac{6}{3}-\frac{14}{3}&=-\frac{8}{3}\\
-\frac{8}{3}&=-\frac{8}{3}
\end{aligned}
$$

Schritt 4: Angabe der Lösungsmenge

Ergebnis: Die Lösungsmenge der Gleichung ist $\mathbb{L}=\left\{\frac{2}{3}\right\}$.

2. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $(x+2)\cdot(2x-9)+(x+3)^2=(2x-1)^2-x^2+5$.

Lösung:

Schritt 1: Vereinfache die Gleichung.

$$
\begin{aligned}
(x+2)\cdot(2x-9)+(x+3)^2&=(2x-1)^2-x^2+5\\
2x^2-9x+4x-18+x^2+6x+9&=4x^2-4x+1-x^2+5\\
2\mathbf{x^2}-5x-18+\mathbf{x^2}+6x+9&=4\mathbf{x^2}-4x+1-\mathbf{x^2}+5\\
3x^2-5\mathbf{x}-18+6\mathbf{x}+9&=3x^2-4\mathbf{x}+1+5\\
3x^2-\mathbf{18}+x+\mathbf{9}&=3x^2-4x+\mathbf{1}+\mathbf{5}\\
3x^2+x-9&=3x^2-4x+6
\end{aligned}
$$

Schritt 2: Isoliere die Variable.

$$
\begin{aligned}
3x^2+x-9&=3x^2-4x+6 &&\mid -3x^2\\
x-9&=-4x+6 &&\mid +4x\\
5x-9&=6 &&\mid +9\\
5x&=15 &&\mid :5\\
x&=3
\end{aligned}
$$

Schritt 3: Überprüfung bzw. Probe

$$\begin{aligned}(3+2)\cdot(2\cdot3-9)+(3+3)^2 &= (2\cdot3-1)^2-3^2+5\\ 5\cdot(6-9)+6^2 &= (6-1)^2-9+5\\ -15+36 &= 25-9+5\\ 21 &= 21\end{aligned}$$

Schritt 4: Angabe der Lösungsmenge

Ergebnis: Die Lösungsmenge der Gleichung ist $\mathbb{L}=\{3\}$.

133 Löse folgende Gleichungen bezüglich der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

L 133–134

a) $3x-1=x-1$

b) $\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}=1{,}75x+1{,}75$

c) $3x+16=9x-12x+18$

d) $\frac{x}{2}-\frac{x}{8}=2+\frac{x}{4}-\frac{7}{8}x$

e) $-\left(1\frac{2}{3}+3x\right)-2+\frac{1}{3}\cdot x=2$

f) $\frac{1}{8}-\left(7x+\frac{2}{8}\right)-\frac{1}{2}=0$

g) $2-\left(11\frac{2}{3}-x\right):2+0{,}5\cdot\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$

h) $-2\frac{1}{3}\cdot\left(5\frac{1}{2}x+1{,}2x\right)-\left(\frac{1}{2}x-4\right)=1\frac{2}{5}$

134 Bestimme die Lösungsmengen folgender Gleichungen.

a) $-\frac{9}{7}=-\frac{7}{9}x$

b) $\frac{x}{15}=0{,}3:0{,}01$

c) $(-x):1\,024=\frac{13}{128}$

d) $\frac{2x}{3}+\frac{5}{3}=x+4$

e) $\frac{1}{7}x+\frac{1}{3}x-15=-2+\frac{1}{6}x$

f) $3x-4\cdot(11+x)=5x-2\cdot(10-x)$

g) $(x-4)\cdot(3x-7)=(4+3x)\cdot(x-8)$

h) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2+\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2=\left(\frac{1}{2}x-2\right)^2+\left(1-\frac{1}{2}x\right)^2$

i) $3{,}75x-(1{,}5+0{,}5x)=-3{,}75-\left[(1{,}5-x)-1\frac{1}{2}x\right]+3\frac{3}{5}$

j) $-(x+2)\cdot(7-x)-(x-1)^2=0$

k) $12x-5\cdot[3x-4\cdot(3+2x)-1]=173$

l) $(2-x)^2-(x-2)^2=-[(x-2)\cdot(x+2)+(x^2+2^2)]$

m) $\left\{[(x+1)\cdot2+0{,}5]\cdot3+\frac{1}{3}\right\}\cdot4+\frac{1}{4}=\left\{\left[(x+1)\cdot2+\frac{x}{2}\right]\cdot3+\frac{x}{3}\right\}\cdot4+\frac{1}{4}x$

3 Dreieckskonstruktionen

Mithilfe der Kongruenzsätze kannst du bestimmen, ob ein Dreieck eindeutig konstruierbar ist. Wie es sich aus den gegebenen Größen konstruieren lässt, kannst du daran aber noch nicht erkennen. Bei der konkreten Konstruktion solltest du deshalb folgende Tipps beachten.

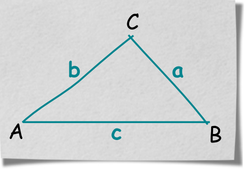
1. Zeichne zunächst eine **Planfigur**, in der du alle gegebenen Größen deutlich hervorhebst, z. B. **durch farbige Kennzeichnung**.
2. Anhand der Planfigur überlegst du dir das notwendige Vorgehen. Achte darauf, **keinen Sonderfall** zu zeichnen, sofern dieser nicht verlangt ist.
3. Du musst die Lage der Punkte A, B und C herausfinden. Ein Punkt ist bestimmt als Anfang oder Ende einer Strecke, als Scheitel eines Winkels, als Schnittpunkt zweier Kreislinien oder als Schnittpunkt einer Kreislinie mit einem freien Schenkel.
4. Überlege dir, in welcher **Reihenfolge** du am besten vorgehst. Die Wahl, mit welcher Größe du beginnst, ist oft entscheidend für das Gelingen der Konstruktion. Beginne möglichst mit der Seite oder dem Winkel, bei dem du die meisten anschließenden Größen kennst. Natürlich gibt es auch Ausnahmen, durchdenke deshalb die Konstruktion bis zum Ende.
5. **Beschreibe** analog zu deiner Überlegung die Konstruktion.
6. Zeichne die gegebenen Größen mithilfe der Längenskala und Winkelskala des Geodreiecks neben die Planfigur.
7. Konstruiere anschließend das Dreieck. Übertrage dabei die vorher gezeichneten Größen mit dem Zirkel. Kreise musst du dabei nicht immer komplett zeichnen, es reicht ein passender Kreisbogen.

Beispiele

1. Kongruenzsatz **SSS**: Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = 1{,}5$ cm, $b = 1$ cm und $c = 2$ cm. Beschreibe dein Vorgehen.

Lösung:

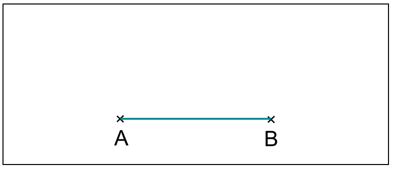
Planfigur:



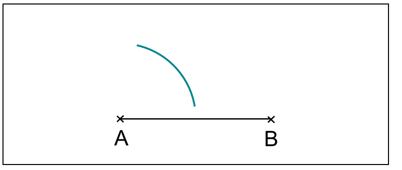
Beginne mit einer beliebigen Seite, z. B. c. Über den Punkt C weißt du, dass er 1 cm von A und gleichzeitig 1,5 cm von B entfernt ist. Er liegt also auf einem Kreis um A mit Radius 1 cm und um einen Kreis um B mit Radius 1,5 cm. Der Schnittpunkt der Kreise oberhalb der Seite ist C.

Konstruktion:

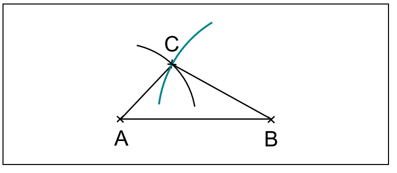
Konstruktionsschritt 1



Konstruktionsschritt 2



Konstruktionsschritt 3



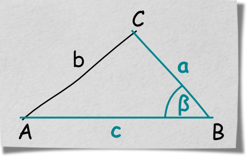
Es genügt, anstatt ganzer Kreise die passenden **Kreisbögen** zu zeichnen.

Beschreibung:
Zeichne $c = \overline{AB}$.
Zeichne einen Kreis um A mit Radius b.
Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.
Der Schnittpunkt der Kreise ist C.

2. Kongruenzsatz **SWS**: Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = 2{,}5$ cm, $c = 1{,}5$ cm und $\beta = 55°$. Beschreibe dein Vorgehen.

Lösung:

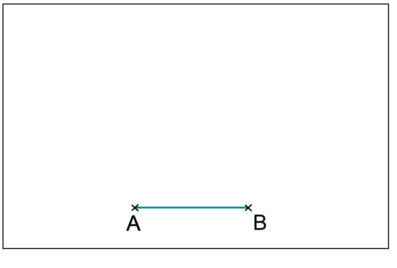
Planfigur:



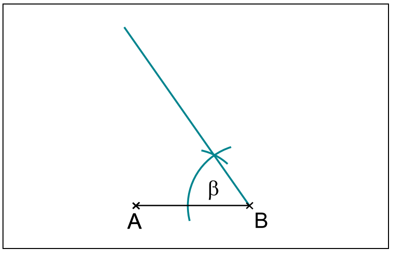
Beginne mit einer Seite, z. B. c. Der Winkel β liegt bei B. Übertrage ihn entsprechend. Über den Punkt C weißt du, dass er auf dem Schenkel von β liegt, der nicht der Seite c entspricht. Man sagt „freier Schenkel von β“. Außerdem liegt C 2,5 cm von B entfernt, also auf einem Kreis um B mit Radius 2,5 cm. Der Schnittpunkt mit dem freien Schenkel von β ist C.

Konstruktion:

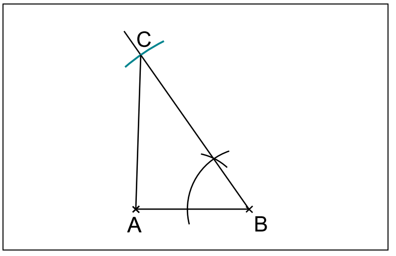
Konstruktionsschritt 1



Konstruktionsschritt 2



Konstruktionsschritt 3

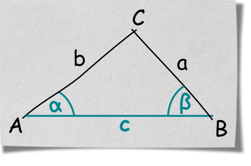


Beschreibung:
Zeichne $c = \overline{AB}$.
Trage β in B an c an.
Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.
Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel von β ist C.

3. Kongruenzsatz **WSW**: Konstruiere das Dreieck ABC mit $c = 2{,}5$ cm, $\alpha = 70°$ und $\beta = 35°$. Beschreibe dein Vorgehen.

Lösung:

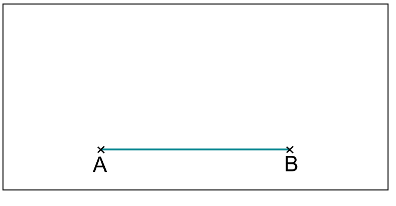
Planfigur:



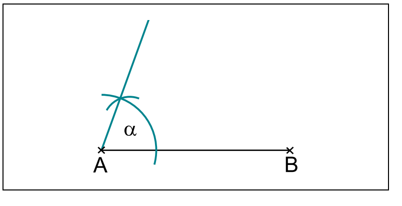
Beginne mit der Seite c. Über den Punkt C weiß man, dass er auf dem freien Schenkel von α und auf dem freien Schenkel von β liegt. Übertrage die Winkel α und β entsprechend ihrer Lage bei A und B. Der Schnittpunkt der freien Schenkel von α und β ist C.

Konstruktion:

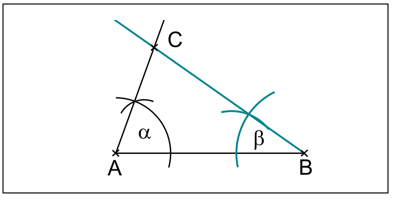
Konstruktionsschritt 1



Konstruktionsschritt 2



Konstruktionsschritt 3



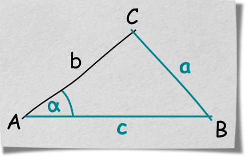
Beschreibung:
Zeichne $c = \overline{AB}$.
Trage α in A an c an.
Trage β in B an c an.
Der Schnittpunkt der freien Schenkel von α und β ist C.

Die Dreieckskonstruktion im Fall **SWW** lässt sich mithilfe der Winkelsumme im Dreieck auf die obere Dreieckskonstruktion (**WSW**) zurückführen (siehe S. 124, Aufgabe 187 d).

4. Kongruenzsatz **SsW**: Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = 3$ cm, $c = 2$ cm und $\alpha = 45°$. Beschreibe dein Vorgehen.

Lösung:

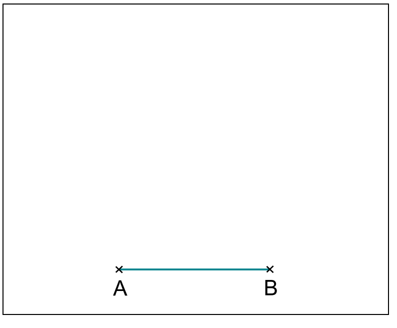
Planfigur:



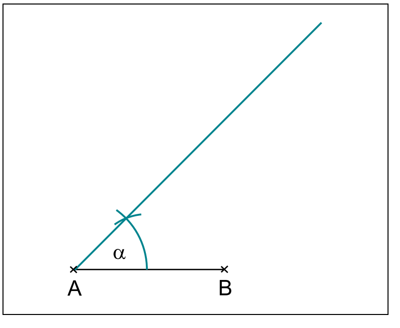
Beginne mit der Seite c und übertrage α bei A entsprechend. Über den Punkt C weißt du, dass er auf dem freien Schenkel von α und gleichzeitig 3 cm von B entfernt liegt, also auf einem Kreis um B mit Radius 3 cm. Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel von α ist C.

Konstruktion:

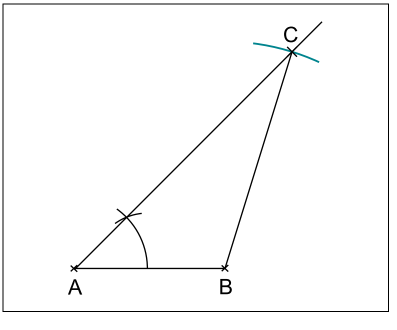
Konstruktionsschritt 1



Konstruktionsschritt 2

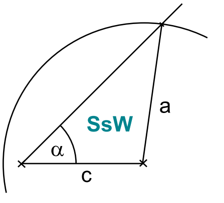


Konstruktionsschritt 3

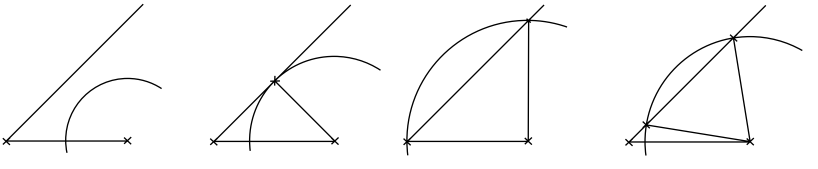


Beschreibung:
Zeichne c = $\overline{AB}$.
Trage α in A an c an.
Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.
Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel von α ist C.

Da in Beispiel 4 der gegebene Winkel der **größeren Seite** gegenüberliegt, schneidet der Kreis um B mit Radius a den freien Schenkel von α genau einmal und es gibt **genau ein** Dreieck als Lösung. Das ist die Aussage von Kongruenzsatz **SsW**.
Ist die Seite a jedoch kleiner als die Seite c (oder gleich groß), kann der Kreis den Schenkel gar nicht, genau einmal oder zweimal schneiden.



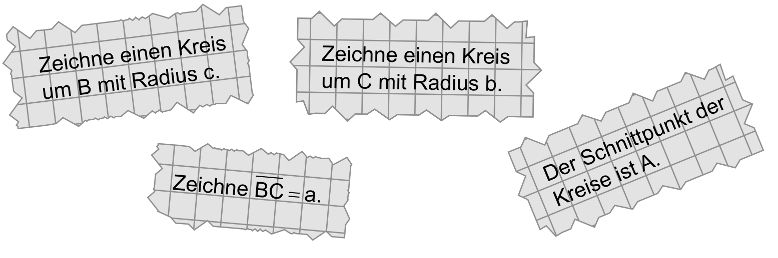
Kein Dreieck: | Ein Dreieck: | Zwei nicht kongruente Dreiecke:



186 Bei der Konstruktion von Dreiecken ist Max bei den Konstruktionsbeschreibungen etwas durcheinandergekommen.
Bringe die einzelnen Schritte in eine sinnvolle Reihenfolge und gib den entsprechenden Kongruenzsatz an, der zur Konstruktion des Dreiecks verwendet wurde.

L 186 – 191

a)



b)

Trage β in B an c an.

Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.

Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel von β ist C.

Zeichne $\overline{AB} = c$.

c)

Trage α in A an c an.

Zeichne $\overline{AB} = c$.

Der Schnittpunkt der freien Schenkel von α und β ist C.

Trage β in B an c an.

d)

Trage γ in C an b an.

Zeichne einen Kreis um A mit Radius c.

Zeichne $\overline{CA} = b$.

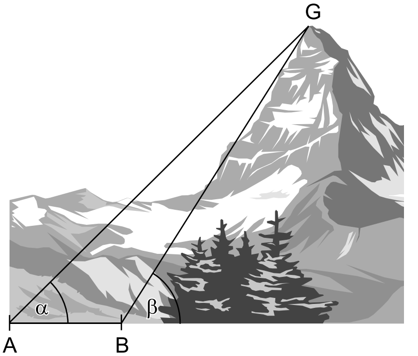
Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel von γ ist B.

187 Konstruiere alle Dreiecke ABC und beschreibe dein Vorgehen, wenn:

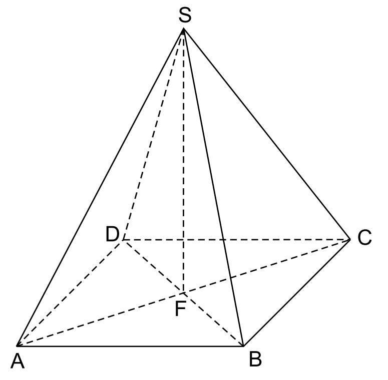
a) $a = 3$ cm, $b = 2$ cm, $c = 4$ cm
b) $b = 4$ cm, $c = 3$ cm, $\alpha = 40°$
c) $a = 3$ cm, $\beta = 60°$, $\gamma = 82°$
d) $a = 3{,}5$ cm, $\alpha = 45°$, $\beta = 70°$
e) $a = 2{,}5$ cm, $c = 3{,}5$ cm, $\gamma = 75°$
f) $a = 3$ cm, $c = 4{,}3$ cm, $\alpha = 35°$

188 Um die Höhe einer senkrecht ansteigenden Kletterwand zu bestimmen, werden von einem Punkt P am Boden aus zwei Messungen vorgenommen. Der Abstand zum Fuß der Kletterwand beträgt 12 m, der Winkel, unter dem der Fuß und die Oberkante der Kletterwand von P aus zu sehen sind, beträgt 58°.
Bestimme die Höhe der Kletterwand mithilfe einer Konstruktion im Maßstab 1 : 600.

189 Um die Höhe der Zugspitze zu bestimmen, wurde auf einer ebenen Wiese bei Garmisch-Partenkirchen eine auf den Berg zulaufende Strecke $\overline{AB}$ der Länge 1 120 m abgesteckt. In dem Dreieck ABG (G bezeichnet den Gipfel der Zugspitze) kann man keine weitere Seite mehr messen, aber mithilfe eines Theodolits lassen sich die Winkel $\alpha = 33°$ und $\beta = 45°$ bestimmen.
Bestimme mithilfe einer Konstruktion (Maßstab 1 : 80 000) die Höhe der Zugspitze. Die Wiese liegt 882 m über dem Meeresspiegel (ü. d. M.).



190 Um ein Bild eines dreidimensionalen Objektes so zeichnen zu können, dass der Betrachter bzw. die Betrachterin den Eindruck der Räumlichkeit bekommt, werden bestimmte Längen nicht maßstabsgetreu übernommen, sondern verzerrt abgebildet. Aus diesem Grund kann die tatsächliche Länge einiger Strecken anhand der Zeichnung nicht direkt bestimmt werden. Mithilfe von maßstabsgetreuen Konstruktionen einzelner Teile des Objektes (z. B. Dreiecke) in unterschiedlichen Schnittebenen kann die wirkliche Länge der verzerrten Strecken bestimmt werden. Von der gezeichneten Pyramide mit rechteckiger Grundfläche sind die Längen $|\overline{AB}| = 3$ cm, $|\overline{BC}| = 4$ cm und $|\overline{FS}| = 3{,}5$ cm bekannt.
Konstruiere folgende Dreiecke in wahrer Größe und bestimme so die tatsächlichen Größen $|\overline{BD}|$ und $|\overline{BS}|$.



a) Dreieck ABD

b) Dreieck FBS

191 Eine der steilsten Straßen der Welt ist die Baldwin Street in Neuseeland. Sie hat eine Steigung von ca. 35 %, d. h., pro 100 m in waagrechter Richtung nimmt die Höhe um 35 m zu. Welche Strecke muss man auf dieser Straße zurücklegen, um einen Höhenunterschied von 14 m zu überwinden?
Bestimme die gesuchte Streckenlänge durch Konstruktion eines geeigneten rechtwinkligen Dreiecks und beschreibe dein Vorgehen.

131 a) Es wurde das Rechen- bzw. Vorzeichen vergessen.

$$\begin{aligned} 9-2x &= 16 && \mid -9 \\ -2x &= 7 && \mid :(-2) \\ x &= -3{,}5 \end{aligned}$$

b) Das Distributivgesetz wurde nicht beachtet. Richtig ist:
$(5x+45):5 = 5x:5+45:5$
Außerdem wurde ein Vorzeichenfehler beim Umformen von der 2. auf die 3. Zeile gemacht.

$$\begin{aligned} 5x+45 &= 5 && \mid :5 \\ x+9 &= 1 && \mid -9 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

132 a)

$$
\begin{aligned}
3x-1&=-11 && \mid +1\\
3x-1+1&=-11+1\\
3x&=-10 && \mid :3\\
3x:3&=-10:3\\
x&=-\frac{10}{3}\\
x&=-3\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Isoliere 3x durch die Äquivalenzumformung + 1.

Dividiere durch den Vorfaktor 3. Das ist wieder eine Äquivalenzumformung.

$x=-3\frac{1}{3}$ ist Element der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

Probe: $x=-3\frac{1}{3}$ in die Gleichung einsetzen.

$$
\begin{aligned}
3\cdot\left(-3\frac{1}{3}\right)-1&=-11\\
-9\frac{3}{3}-1&=-11\\
-10-1&=-11\\
-11&=-11
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\left\{-3\frac{1}{3}\right\}$.

b)

$$
\begin{aligned}
-3x+1-(2x+7)&=24\\
-3x+1-2x-7&=24\\
-3x-2x+1-7&=24\\
-5x-6&=24 && \mid +6\\
-5x&=30 && \mid :(-5)\\
x&=-6
\end{aligned}
$$

Probe: $x=-6$ in die Gleichung einsetzen.

$$
\begin{aligned}
-3\cdot(-6)+1-(2(-6)+7)&=24\\
18+1-(-12+7)&=24\\
19-(-5)&=24
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\{-6\}$.

c)

$$
\begin{aligned}
x:(-12)&=5 && \mid \cdot(-12)\\
\frac{x}{-12}\cdot(-12)&=5\cdot(-12)\\
x&=-60
\end{aligned}
$$

Probe: $x=-60$ in die Gleichung einsetzen.

$$
\begin{aligned}
-60:(-12)&=5\\
60:12&=5\\
5&=5
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\{-60\}$.

d)

$$
\begin{aligned}
x:1,2-\frac{4}{5}&=\frac{1}{10} && \Big\vert +\frac{4}{5}\\
x:1,2-\frac{4}{5}+\frac{4}{5}&=\frac{1}{10}+\frac{4}{5}\\
x:1,2&=\frac{1}{10}+\frac{8}{10}\\
x:1,2&=\frac{9}{10} && \mid \cdot 1,2\\
(x:1,2)\cdot 1,2&=\frac{9}{10}\cdot 1,2\\
x&=\frac{9}{10}\cdot\frac{12}{10}=\frac{108}{100}=1,08
\end{aligned}
$$

Achte auf Punkt vor Strich.

Probe:

$$
\begin{aligned}
1,08:1,2-\frac{4}{5}&=\frac{1}{10}\\
0,9-\frac{4}{5}&=\frac{1}{10}\\
\frac{9}{10}-\frac{8}{10}&=\frac{1}{10}\\
\frac{1}{10}&=\frac{1}{10}
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\{1,08\}$.

e)

$$
\begin{aligned}
(-x):3-\frac{1}{9}&=\frac{2}{3} && \Big\vert +\frac{1}{9}\\
(-x):3&=\frac{6}{9}+\frac{1}{9}\\
(-x):3&=\frac{7}{9} && \mid \cdot 3\\
-x&=\frac{7}{9}\cdot 3\\
-x&=\frac{7}{3} && \mid :(-1)\\
x&=-2\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Probe:

$$
\begin{aligned}
\left(-\left(-2\frac{1}{3}\right)\right):3-\frac{1}{9}&=\frac{2}{3}\\
\frac{7}{3}:3-\frac{1}{9}&=\frac{2}{3}\\
\frac{7}{9}-\frac{1}{9}&=\frac{2}{3}\\
\frac{2}{3}&=\frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\left\{-2\frac{1}{3}\right\}$.

f)

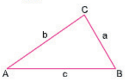
$$
\begin{aligned}
5&=-\frac{4}{3}-19x && \Big\vert +\frac{4}{3}\\
6\frac{1}{3}&=-19x\\
\frac{19}{3}&=-19x && \mid :(-19)\\
-\frac{19}{3}\cdot\frac{1}{19}&=x\\
-\frac{1}{3}&=x
\end{aligned}
$$

Probe:

$$
\begin{aligned}
5&=-\frac{4}{3}-19\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\\
5&=-\frac{4}{3}+\frac{19}{3}\\
5&=\frac{15}{3}\\
5&=5
\end{aligned}
$$

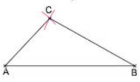
Ergebnis: Die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

187 a) *Planfigur:*

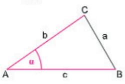


Du kannst mit jeder Seite beginnen.

Beschreibung:
Zeichne $c = \overline{AB}$.
Zeichne einen Kreis um A mit Radius b.
Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.
Der Schnittpunkt der beiden Kreise ist C.

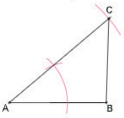


b) *Planfigur:*

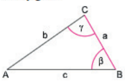


Du kannst mit jeder Größe beginnen.

Beschreibung:
Zeichne $c = \overline{AB}$.
Trage α in A an c an.
Zeichne einen Kreis um A mit Radius b.
Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel von α ist C.

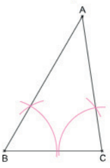


c) *Planfigur:*

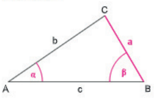


Du kannst mit jeder Größe beginnen.

Beschreibung:
Zeichne $a = \overline{BC}$.
Trage β in B an a an.
Trage γ in C an a an.
Der Schnittpunkt der freien Schenkel ist A.

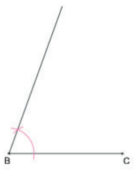


d) *Planfigur:*

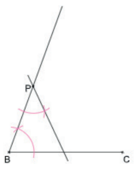


Dieser Aufgabentyp lässt sich auf zwei verschiedene Arten konstruieren.

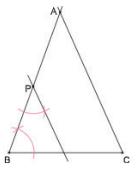
Beschreibung 1:
Zeichne $a = \overline{BC}$.
Trage den Winkel β in B an a an.



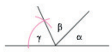
Trage den Winkel α in einem beliebigen Punkt P auf dem freien Schenkel von β an den freien Schenkel von β an.



Konstruiere nun eine Parallele zum freien Schenkel von α durch C.
Der Schnittpunkt der Parallelen mit [BP ist A.

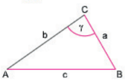


Beschreibung 2:
Konstruiere zuerst den Winkel γ. Konstruiere die Winkelsumme von α und β. Der Nebenwinkel der Summe ist der Winkel γ. Nun läuft die Konstruktion analog zu Teilaufgabe c.



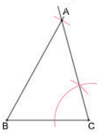
Zeichne $a = \overline{BC}$.
Trage den Winkel β in B an a an.
Trage den Winkel γ in C an a an.
Der Schnittpunkt der beiden freien Schenkel ist A.

e) *Planfigur:*

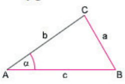


Die dem Winkel gegenüberliegende Seite ist größer, also gibt es eine Lösung. In diesem Fall kommst du nicht weiter, wenn du mit der Seite c beginnst.

Beschreibung:
Zeichne $a = \overline{BC}$.
Trage γ in C an a an.
Zeichne einen Kreis um B mit Radius c.
Der Schnittpunkt des Kreises mit dem freien Schenkel ist A.

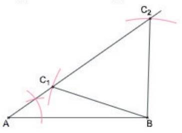


f) *Planfigur:*

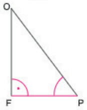


Die dem Winkel gegenüberliegende Seite ist kleiner, also gibt es keine oder zwei Lösungen. In diesem Fall kommst du nicht weiter, wenn du mit der Seite a beginnst.

Beschreibung:
Zeichne $c = \overline{AB}$.
Trage α in A an c an.
Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.
Die Schnittpunkte des Kreises mit dem freien Schenkel sind C_1 und C_2.
Es gibt zwei Lösungen.



188 *Planfigur:*

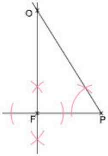


F: Fußpunkt der Kletterwand,
O: Oberkante der Kletterwand,
$\sphericalangle OPF = 58^\circ$.
Außerdem ist der $\sphericalangle PFO = 90^\circ$. Der Abstand vom Fußpunkt zu P beträgt 12 m.
Gesucht ist die Länge der Strecke $\overline{OF}$.
Anhand der Skizze siehst du, dass die Konstruktion mithilfe des Kongruenzsatzes WSW verläuft.

Beschreibung:
Zeichne $\overline{FP}$ mit $\left|\overline{FP}\right| = 2cm$.
Errichte ein Lot in F zu FP.
Trage den Winkel OPF in P an $\overline{FP}$ an.
Aus der Zeichnung ergibt sich $\left|\overline{OF}\right|$ zu 3,1 cm.

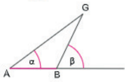
$$\begin{aligned} 3{,}1\,\text{cm} &\mathrel{\hat{=}} 3{,}1 \cdot 600\,\text{cm} \\ &= 1\,860\,\text{cm} \\ &= 18{,}6\,\text{m} \end{aligned}$$

In Wirklichkeit ist die Kletterwand also **18,6 m** hoch.

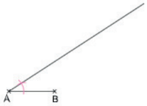


Maßstab 1 : 600 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung 600 cm = 6 m in Wirklichkeit entspricht. [FP] ist also 2 cm lang.

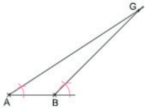
189 *Planfigur:*



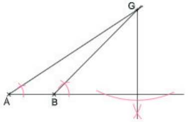
Beschreibung:
Zeichne $\overline{AB}$.
Trage an c in A den Winkel α an.



Trage an der Verlängerung von c über B in B den Winkel β an.
Der Schnittpunkt der freien Schenkel von α und β ist G.



Um die Höhe des Berges zu bestimmen, musst du nun noch ein Lot von G auf AB fällen.



G liegt 2,6 cm über AB. Die Umrechnung ergibt eine Höhe von

$$\begin{aligned} 2{,}6\,\text{cm} &\mathrel{\hat=} 2{,}6 \cdot 80\,000\,\text{cm} \\ &= 208\,000\,\text{cm} \\ &= 2\,080\,\text{m} \end{aligned}$$

über der Wiese.
$2\,080\,\text{m} + 882\,\text{m} = 2\,962\,\text{m}$
Der Gipfel der Zugspitze ist **2 962 m** ü. d. M.

Die Länge der abgesteckten Wiese im Maßstab 1 : 80 000 ergibt $|\overline{AB}| = 1{,}4\,\text{cm}$.