

Mündliches Abitur

Prüfungsaufgaben mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Gymnasium Baden-Württemberg

Mathematik 7

STARK

Inhaltsverzeichnis

Hinweise und Tipps zur mündlichen Abiturprüfung im Basisfach

| | |
|---|-----|
| Das Abitur im Basisfach | I |
| Inhaltliche Anforderungen für die mündliche Abiturprüfung | I |
| Struktur der mündlichen Abiturprüfung | II |
| Operatoren | III |
| Bewertung der mündlichen Abiturprüfung | IV |
| Der Aufbau des Buches | IV |
| Anregungen zur Arbeit mit diesem Buch | V |
| Weitere Tipps zur mündlichen Prüfung | VII |

Übungsaufgaben zu den Grundfertigkeiten

| | |
|--|----|
| Was erwartet Sie in diesem Abschnitt? | 2 |
| Analysis | |
| Beispielaufgaben Analysis | 3 |
| Ableitungsregeln | |
| Stammfunktion bestimmen | |
| Stammfunktion mit Zusatzbedingung | |
| Nachweis der Stammfunktion | |
| Integralrechnung | |
| Nachweis von Monotonie | |
| Aus dem Graphen von f' auf den Graphen von f schließen | |
| Aus dem Graphen von f auf den Graphen von F schließen | |
| Tangente in einem Punkt des Graphen | |
| Von der momentanen Änderungsrate zum Bestand | |
| Aussagen über ganzrationale Funktionen bewerten | |
| Übungsaufgaben Analysis | 9 |
| Lösungsvorschlag zu den Übungsaufgaben Analysis | 12 |

Geometrie

| | | |
|--|---|----|
| Beispielaufgaben | Geometrie | 18 |
| | Gerade durch zwei Punkte | |
| | Punktprobe bei einer Geraden | |
| | Parallelität von Geraden | |
| | Schnittpunkt zweier Geraden | |
| | Parametergleichung einer Ebene durch drei Punkte | |
| | Von der Parametergleichung einer Ebene zur Koordinatengleichung | |
| | Gegenseitige Lage von Gerade und Ebene | |
| | Abstand Punkt–Ebene | |
| | Besondere Lage von Ebenen erkennen | |
| Übungsaufgaben | Geometrie | 24 |
| Lösungsvorschlag zu den Übungsaufgaben | Geometrie | 26 |

Stochastik

| | | |
|--|--|----|
| Beispielaufgaben | Stochastik | 29 |
| | Erwartungswert | |
| | Binomialverteilung ohne Taschenrechner, Formel von Bernoulli | |
| | Binomialverteilung mit Taschenrechner | |
| | Normalverteilung ohne Taschenrechner | |
| | Normalverteilung mit Taschenrechner | |
| | Vierfeldertafel | |
| | Bedingte Wahrscheinlichkeit | |
| | Stochastische Unabhängigkeit | |
| Übungsaufgaben | Stochastik | 36 |
| Lösungsvorschlag zu den Übungsaufgaben | Stochastik | 38 |

Erster Prüfungsteil (Vortrag)

| | |
|---|----|
| Was erwartet Sie in diesem Abschnitt? | 42 |
|---|----|

Analysis

| | | |
|---|---|--|
| Musteraufgabe 1 (mit Taschenrechner, mit Formeldokument) | 43 | |
| | momentane Änderungsrate, Bestand und Integral, Exponentialfunktion, Nachweis von Monotonie, ganzrationale Funktion, Nullstelle, Funktionsterm ermitteln | |
| Musteraufgabe 2 (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 48 | |
| | Sinusfunktion, Ableitung, Produktregel, Kettenregel, Exponentialfunktion, Exponentialgleichung, Monotonie, Grenzwert, Parabel, quadratische Gleichung | |

| | | |
|------------------|---|----|
| Musteraufgabe 3 | (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 52 |
| | Sinusfunktion, Kosinusfunktion, Stammfunktion, Ableitungsregeln, Ermittlung der Grenzen eines Integrals, Erkennen und Zuordnen der Graphen von: Funktion, Stammfunktion und Ableitungsfunktion | |
| Musteraufgabe 4 | (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 56 |
| | allgemeine Sinusfunktion und ihre Eigenschaften, Flächen- inhalt und Integral, Funktionsterm ermitteln, trigonometri- sche Gleichung | |
| Musteraufgabe 5 | (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 61 |
| | momentane Änderungsrate, Exponentialfunktion, Stamm- funktion, Bestand und Integral, ganzrationale Funktion, Wendepunkt | |
| Musteraufgabe 6 | (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 65 |
| | Exponentialfunktion, Ableitung, Kettenregel, Stammfunk- tion, momentane Änderungsrate, Bestand und Integral, ganzrationale Funktion, Nullstelle | |
| Musteraufgabe 7 | (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 69 |
| | Geschwindigkeit und Strecke, Stammfunktion, Exponential- funktion, Exponentialgleichung, Bestand und Integral | |
| Musteraufgabe 8 | (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 72 |
| | Geschwindigkeit und Strecke, Wendepunkt, Tangente, Exponentialfunktion, lineare Funktion, Berührungspunkt | |
| Geometrie | | |
| Musteraufgabe 9 | (mit Taschenrechner, mit Formeldokument) | 76 |
| | Quadrat, Pyramide, Volumen, Koordinatengleichung einer Ebene, Punktprobe, Abstand Punkt–Ebene, Schnittwinkel Gerade–Ebene | |
| Musteraufgabe 10 | (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 80 |
| | Würfel, gleichseitiges Dreieck, gleichschenkliges Dreieck, regelmäßiges Sechseck, Schnittfiguren, Geradengleichung, Punktprobe, rechtwinkliges Dreieck, Skalarprodukt | |
| Musteraufgabe 11 | (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 83 |
| | Gerade, Ebene, Parallelität, Abstand Punkt–Ebene, gleich- schenkliges Dreieck, rechtwinkliges Dreieck, Quadrat | |
| Musteraufgabe 12 | (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 87 |
| | Quader, Ebene, Parallelität, Mittelpunkt, rechtwinkliges Dreieck, Innenwinkel im Dreieck, Pyramide, Volumen | |

Stochastik

| | | |
|------------------|--|-----|
| Musteraufgabe 13 | (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 91 |
| | normalverteilte Zufallsgröße, Glockenkurve, Erwartungswert, Standardabweichung, Wahrscheinlichkeit bei Normalverteilung | |
| Musteraufgabe 14 | (mit Taschenrechner, mit Formeldokument) | 94 |
| | Baumdiagramm, Pfadregeln, binomialverteilte Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeit bei Binomialverteilung, Histogramme, Erwartungswert, Standardabweichung | |
| Musteraufgabe 15 | (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 97 |
| | Pfadregeln, Glücksspiel, Erwartungswert, binomialverteilte Zufallsgröße, Normalverteilung, Standardabweichung | |
| Musteraufgabe 16 | (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) | 102 |
| | Vierfeldertafel, Baumdiagramm, Pfadregeln, bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit | |

Zweiter Prüfungsteil (Prüfungsgespräch)

| | |
|---|-----|
| Was erwartet Sie in diesem Abschnitt? | 108 |
|---|-----|

Analysis

| | | |
|-----------------|---|-----|
| Musteraufgabe 1 | Geschwindigkeit, zurückgelegte Strecke, | 109 |
| | momentane Änderungsrate, Bestand und Integral | |
| Musteraufgabe 2 | Parabel, Ableitung, Steigung, Integral, | 113 |
| | Flächeninhalt, Volumen, Quadrat | |
| Musteraufgabe 3 | Kosinusfunktion, Wendepunkt, Amplitude, | 117 |
| | Periode, Spiegelung, Streckung, Verschiebung, Hochpunkt | |
| Musteraufgabe 4 | Ableitung, Stammfunktion, | 120 |
| | Zusammenhang zwischen F , f und f' , Flächenberechnung, Verschiebung und Spiegelung von Graphen | |
| Musteraufgabe 5 | Geschwindigkeit, zurückgelegte Strecke, | 123 |
| | Stammfunktion, Monotonie, Grenzverhalten, Integral | |
| Musteraufgabe 6 | Exponentialfunktion, ganzrationale Funktion, | 127 |
| | Sinusfunktion, Ableitung, Stammfunktion, Nullstelle | |
| Musteraufgabe 7 | Parabel, Stammfunktion, Nullstelle, Hochpunkt, | 130 |
| | Tangente, Flächenberechnung, Integral | |
| Musteraufgabe 8 | ganzrationale Funktion, Nullstelle, Extrempunkt, | 134 |
| | Wendepunkt, Zusammenhang zwischen F , f und f' , Flächenberechnung, Integral | |

Geometrie

| | | |
|------------------|---|-----|
| Musteraufgabe 9 | Gerade, Punktprobe, Koordinatenebene, rechtwinkliges Dreieck, Rechteck, geometrischer Ort | 137 |
| Musteraufgabe 10 | Pyramide, Volumen, gleichschenkliges Dreieck, Gerade, Ebene, Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene | 140 |
| Musteraufgabe 11 | Würfel, Ebene, Punktprobe, Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen, gleichseitiges Dreieck, Pyramide, Volumen | 143 |
| Musteraufgabe 12 | Gerade, Ebene, Punktprobe, Spurpunkt, Lagebeziehungen im Raum, Spiegelung | 146 |

Stochastik

| | | |
|------------------|---|-----|
| Musteraufgabe 13 | Binomialverteilung, Histogramm, Erwartungswert, Standardabweichung, Formel von Bernoulli | 149 |
| Musteraufgabe 14 | Baumdiagramm, Pfadregeln, Erwartungswert, fares Spiel, Binomialverteilung, Histogramm, Standardabweichung | 152 |
| Musteraufgabe 15 | Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, fares Spiel, Formel von Bernoulli, Binomialverteilung, Standardabweichung | 156 |
| Musteraufgabe 16 | Normalverteilung, Glockenkurve, Wahrscheinlichkeit bei Normalverteilung, Binomialverteilung, Histogramm, Erwartungswert, Standardabweichung | 160 |

Autoren und Autorin

Attila Furdek, Matthias Benkeser, Diana Dragmann

Hinweise und Tipps zur mündlichen Abiturprüfung im Basisfach

Das Abitur im Basisfach

Seit dem Abitur 2021 müssen Sie neben den schriftlichen Prüfungen in Ihren drei Leistungsfächern zwei mündliche Abiturprüfungen in den gewählten Basisfächern ablegen. Mathematik ist dabei als Prüfungsfach für alle Abiturientinnen und Abiturienten verpflichtend. Die mündliche Abiturprüfung im Basisfach Mathematik erstreckt sich über die Gebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik.

Die Struktur der Prüfung, die Anforderungen und der Prüfungsablauf werden unten genauer erklärt.

Inhaltliche Anforderungen für die mündliche Abiturprüfung

Der Prüfung liegen die im Bildungsplan 2018 zum Basisfach ausgewiesenen Inhalte zugrunde. Dabei gilt, dass die folgenden Themen **nicht** Gegenstand der mündlichen Abiturprüfung im Basisfach sind:

- nichtlineare Verkettungen bei der Kettenregel
Beispiel: $f(x) = \sin(x^2)$ kann nicht vorkommen, aber $f(x) = \sin(2x - 1)$ schon.
- Stammfunktion zu $f(x) = \frac{1}{x}$
- Quotienten von Funktionen, gebrochenrationale Funktionen
- senkrechte Asymptoten
- Mittelwert (mit Integral)
- Rotationsvolumen (mit Integral)
- unbegrenzte (ins Unendliche reichende) Flächen
- Funktionenscharen
- Extremwertbestimmung mit Nebenbedingungen
- Normalengleichung einer Ebene
- Ebenenscharen, Geradenscharen
- Abstand Punkt – Gerade

- HNF-Methode bei Abstand Punkt – Ebene
Beachte: Der Abstand Punkt – Ebene kann zwar Gegenstand einer mündlichen Prüfung sein, man muss aber mit der Lotgeraden arbeiten.
- Spiegelung Punkt – Gerade
- Schnittgerade
- Lösungsmenge von Gleichungssystemen mit unendlich vielen Lösungen
- Bewegungsaufgaben (sogenannte „Flugzeugaufgaben“)
- Hypothesentests
- Umkehraufgaben zur Binomialverteilung

Struktur der mündlichen Abiturprüfung

Jede mündliche Prüfung besteht aus zwei Prüfungsteilen:

Teil 1 ist ein etwa 10-minütiger **Vortrag** und

Teil 2 ist ein etwa 10-minütiges **Prüfungsgespräch**.

Details zu den beiden Prüfungsteilen werden unten beschrieben.

Die Prüfung erstreckt sich im Basisfach Mathematik auf **zwei der drei Themengebiete** Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik, wobei Analysis stets vorkommen muss. Daher sind genau folgende Kombinationen möglich:

- Teil 1 ist Analysis und Teil 2 ist Geometrie
- Teil 1 ist Geometrie und Teil 2 ist Analysis
- Teil 1 ist Analysis und Teil 2 ist Stochastik
- Teil 1 ist Stochastik und Teil 2 ist Analysis

TIPP Geometrie in Teil 1 und Stochastik in Teil 2 bzw. Stochastik in Teil 1 und Geometrie in Teil 2 sind *nicht möglich*, da Analysis nicht vorkommt. Analysis in Teil 1 und Teil 2 ist ebenfalls *nicht möglich*, weil hier nur ein Gebiet vorkommt.

Teil 1 der Prüfung

Zu Beginn der Prüfung erhalten Sie ein Aufgabenblatt mit mehreren Teilaufgaben. Möglich sind sowohl Aufgaben mit Hilfsmitteln (Taschenrechner, Formeldokument) als auch Aufgaben ohne Hilfsmittel. Dies erfahren Sie erst auf dem Aufgabenblatt. Sie wissen also vor der Prüfung noch nicht, ob Sie Hilfsmittel verwenden dürfen.

Für die Bearbeitung der Aufgaben haben Sie 20 Minuten Vorbereitungszeit. Anschließend müssen Sie Ihre Antworten und Lösungen in einem 10-minütigen Vortrag präsentieren. Sie haben dabei die Möglichkeit, Aufzeichnungen aus der Vorbereitung zu visualisieren. Ein zeitraubendes Aufschreiben vorbereiteter Teile an der Tafel ist nicht vorgesehen. Während des Vortrags sind keine Hilfsmittel zugelassen – selbst dann nicht, wenn diese in der Vorbereitungszeit zur Verfügung standen.

Beim Vortragen sollten Sie in der Regel nicht unterbrochen werden. Umfasst Ihr Vortrag weniger als zehn Minuten, wird während der verbleibenden Minuten geschwiegen.

Wenn Sie also nach vier Minuten fertig sind, folgen weitere sechs Minuten, in denen niemand etwas sagt. Was unter Umständen möglich wäre, sind lediglich kurze Verständnisfragen zum Gesagten nach Ablauf der ersten zehn Minuten.

Teil 2 der Prüfung

Direkt im Anschluss an Teil 1 beginnt Teil 2 der Prüfung; dieser dauert ebenfalls 10 Minuten. Sie erhalten zunächst einen sogenannten Impuls, z. B. einen Graphen, eine Abbildung, das Netz eines Würfels. Anschließend folgen Arbeitsaufträge und Fragen, die Ihnen nach und nach mündlich mitgeteilt werden. Teil 2 ist ein Prüfungsgespräch zwischen Prüfling und Prüfer*in. Den Verlauf dieser Teilprüfung kann man daher im Vorfeld nicht genau vorhersehen. Während Teil 2 der Prüfung sind grundsätzlich keine Hilfsmittel zugelassen.

Operatoren

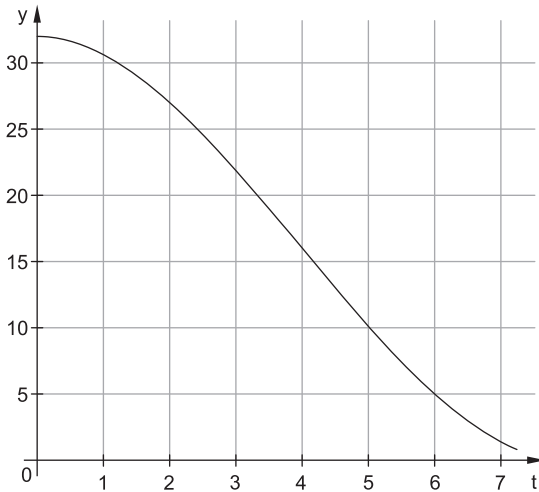
In den für den 1. Prüfungsteil vorgelegten Aufgabenstellungen, aber auch bei den Fragestellungen im 2. Prüfungsteil findet man bestimmte Schlüsselwörter, sogenannte Operatoren, wie zum Beispiel *angeben*, *ermitteln*, *untersuchen*, die den jeweiligen Arbeitsauftrag präzisieren. Obwohl diese Wörter aus dem Alltag bekannt sind, ist es trotzdem erforderlich, zu wissen, was sie im mathematischen Kontext genau bedeuten. Um eine Fragestellung bzw. eine Aufgabe richtig zu verstehen, muss man wissen, was bei einer bestimmten Formulierung von einem erwartet wird.

Dazu dient der folgende tabellarische Überblick:

| Operatoren | Erklärungen und Hinweise |
|---|--|
| angeben nennen | Es wird weder ein Ansatz noch eine Begründung erwartet. Eine korrekte Angabe der Antwort reicht aus. |
| beschreiben | Es wird keine Begründung erwartet. Die Beschreibung erfolgt häufig anhand eines anschaulichen Hintergrundes. |
| beurteilen begründen nachweisen zeigen | Es wird ein logisches Argumentieren erwartet, wobei dies häufig anhand eines anschaulichen Hintergrundes erfolgt. |
| berechnen | Es wird ein nachvollziehbarer rechnerischer Lösungsweg erwartet. |
| bestimmen ermitteln untersuchen | Wenn man mehrere denkbare Ansätze hat, kann man sich einen von diesen frei aussuchen (z. B. grafisch oder rechnerisch), sofern nichts anderes vorgegeben wird (wie z. B. „Ermitteln Sie rechnerisch ...“). |
| grafisch darstellen zeichnen | Es wird eine möglichst genaue Darstellung erwartet. |
| skizzieren | Es reicht eine Beschränkung auf die wichtigsten Eigenschaften (bei Graphen z. B. Nullstellen, Extrempunkte usw.). Die Koordinatenachsen sollten beschriftet und skaliert sein. |

Musteraufgabe 8 (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument)

Der Graph beschreibt den Bremsvorgang eines Autos (t ist die Zeit in Sekunden, $y = v(t)$ die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde).



- Geben Sie die Geschwindigkeit des Autos nach fünf Sekunden an.
- Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeit des Autos $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beträgt.
- Bestimmen Sie die Strecke, die das Auto in den ersten zwei Sekunden des Bremsvorgangs zurücklegt.
- Untersuchen Sie, wann die Geschwindigkeit am schnellsten abnimmt.
- Es gilt $v(t) = \frac{1}{8}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 32$. Ab $t=4$ wird der Bremsvorgang jetzt durch die Tangente an den Graphen im Punkt $B(4 | 16)$ modelliert. Ermitteln Sie, wann das Auto nach dieser Modellierung zum Stillstand kommt.
- Es sei $f(x) = e^{-x}$ und $g(x) = -x + c$. Ermitteln Sie den Wert für c , sodass sich die Graphen von f und g berühren. Bestimmen Sie den Berührungspunkt.

► Eine passende Musteraufgabe zu Teil 2 der Prüfung finden Sie auf Seite 160.

Lösungsvorschlag

Prüfungsinhalte

Geschwindigkeit und Strecke, Wendepunkt, Tangente, Exponentialfunktion, lineare Funktion, Berührungspunkt

a) $v(5) = 10$



Die Geschwindigkeit des Autos nach fünf Sekunden beträgt $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

TIPP Bei Formulierungen mit „geben Sie an“ ist *keine Begründung* erforderlich. Es schadet aber nicht, wenn Sie in Ihrem Vortrag auf das Ablesen des Wertes am Graphen eingehen.

b) $y = 5$

Schnittpunkt $\Rightarrow t = 6$

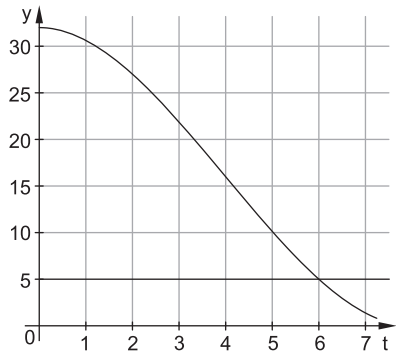


Man zeichnet die Parallele

$y = 5$ zur t-Achse ein.

Der Schnittpunkt dieser Parallele mit dem Graphen hat den t-Wert 6, siehe Skizze.

Nach 6 Sekunden beträgt die Geschwindigkeit des Autos also $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



c) $\int_0^2 v(t) dt \Rightarrow 12 \text{ K\"astchen}$

1 K\"astchen $\hat{=} 5 \text{ m}$

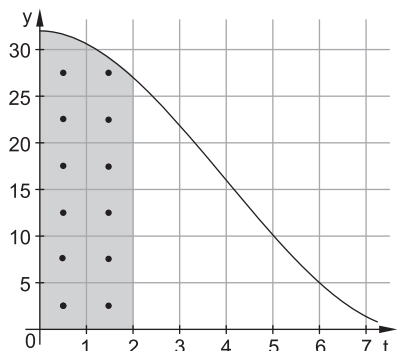
$12 \cdot 5 = 60$



Das Integral über die Geschwindigkeit ergibt den zurückgelegten Weg. Es geht um die ersten 2 Sekunden, also

um das Integral $\int_0^2 v(t) dt$.

Anschaulich entspricht es der Fläche zwischen Graph und t-Achse von 0 bis 2.



Man zählt die Kästchen zwischen Graph und t-Achse zusammen und erhält etwa 12 Kästchen, siehe Skizze. Ein Kästchen entspricht jedoch nicht 1 Flächeneinheit, sondern 5 Einheiten (1 mal 5). Die Anzahl der Kästchen muss man daher noch mit 5 multiplizieren; 12 mal 5 ist 60.

Das Auto legt also in den ersten zwei Sekunden eine Strecke von 60 Meter zurück.

d) stärkste Abnahme $\hat{=}$ Wendepunkt

$$\Rightarrow t \approx 4$$



Die stärkste Abnahme erfolgt an der Stelle, an der der Graph einen Wendepunkt besitzt. Der Abbildung kann man entnehmen, dass dies bei etwa $t=4$ der Fall ist. Nach 4 Sekunden nimmt also die Geschwindigkeit am schnellsten ab.

☒ Der Term $v(t) = \frac{1}{8}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 32$ steht im Aufgabentext erst bei Teilaufgabe e. Verwendet man ihn trotzdem, kann man die Aufgabe auch rechnerisch lösen. Die stärkste Abnahme befindet sich an der Stelle, an der die erste Ableitung ihren Tiefpunkt hat. Man kann also $v(t)$ ableiten und mit den bekannten Bedingungen den Tiefpunkt der Ableitung ermitteln ($v''(t)=0$ und $v'''(t)>0$). Die t-Koordinate des Tiefpunktes ist der gesuchte Wert.

e) Tangente: $y = v'(u) \cdot (t - u) + v(u)$

$$B(4 | 16) \Rightarrow u=4; v(u)=16$$

$$v'(t) = \frac{3}{8}t^2 - 3t$$

$$v'(4) = \frac{3}{8} \cdot 4^2 - 3 \cdot 4$$

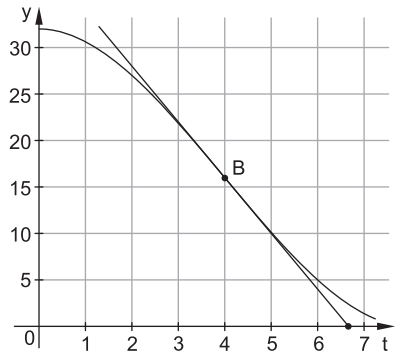
$$= \frac{3}{8} \cdot 16 - 12 = 6 - 12 = -6$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Tangente: } y &= -6 \cdot (t - 4) + 16 \\ &= -6t + 24 + 16 \\ &= -6t + 40 \end{aligned}$$

$$\text{Stillstand: } y = 0$$

$$-6t + 40 = 0$$

$$t = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6,\bar{6} \approx 6,7$$

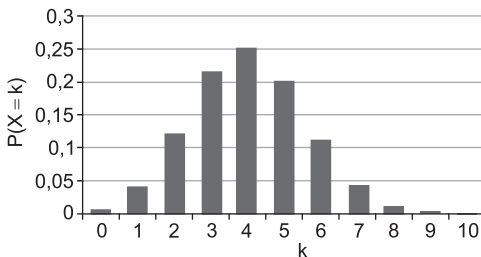


Die Geschwindigkeit wird ab $t=4$ durch die Tangente in B beschrieben. Zuerst stellt man deshalb die Tangentengleichung auf. Dazu berechnet man $v'(4)$ und erhält -6 . Die Tangentengleichung lautet damit $y = -6t + 40$, siehe Rechnung. Stillstand bedeutet, dass die Geschwindigkeit null ist. Die Gleichung $y=0$ hat als Lösung $\frac{20}{3}$, also $6,\bar{6}$. Nach etwa 6,7 Sekunden kommt das Auto nach dieser Modellierung zum Stillstand.

Musteraufgabe 13

Impuls

Gegeben ist das Histogramm einer Binomialverteilung für die Zufallsgröße X :



Mögliche Arbeitsaufträge und Fragestellungen:

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass X den Wert 4 oder den Wert 5 annimmt.
- b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass X weder den Wert 4 noch den Wert 5 annimmt.
- c) Geben Sie jene ganze Zahl an, die als Erwartungswert für X infrage kommt. Begründen Sie Ihre Wahl.
- d) Bestimmen Sie einen möglichen Wert für die Trefferwahrscheinlichkeit p des zugrunde liegenden Bernoulli-Experimentes. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.
- e) Die Trefferwahrscheinlichkeit sei nun $p=0,4$. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Standardabweichung von X kleiner als 2 ist.
- f) Geben Sie für $p=0,4$ einen Rechenausdruck an, mit dem sich die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $X=1$ berechnen lässt.
- g) Erläutern Sie, wie das Histogramm einer Binomialverteilung mit $n=100$ und $p=0,4$ im Vergleich zum dargestellten Histogramm aussieht.

Lösungsvorschlag

Prüfungsinhalte

Binomialverteilung, Histogramm, Erwartungswert, Standardabweichung, Formel von Bernoulli

- a) Die Wahrscheinlichkeiten für $k=4$ und für $k=5$ lassen sich am Histogramm ablesen. Sie betragen 0,25 und 0,2. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also:
 $P(X=4) + P(X=5) = 0,25 + 0,2 = 0,45$
- b) Das hier betrachtete Ereignis ist das Gegenereignis zu dem Ereignis aus Teilaufgabe a. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis ergibt stets 1. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist somit $1 - 0,45 = 0,55$.
- c) Es kommt nur die ganze Zahl 4 infrage, da bei $k=4$ der größte Wert im Histogramm zu finden ist.

TIPP Ist der Erwartungswert bei einer Binomialverteilung eine ganze Zahl, so findet man dort den größten Balken im Histogramm.

- d) Man kann von der Kettenlänge $n=10$ ausgehen, da k im Histogramm die Werte von 0 bis 10 annimmt. Wenn man 4 als Erwartungswert für X wählt (siehe Teilaufgabe c), lässt sich p mit der Formel $E(X) = n \cdot p$ bestimmen:

$$4 = 10 \cdot p$$

$$p = 0,4$$

- e) Für die Standardabweichung einer Binomialverteilung gilt:

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{10 \cdot 0,4 \cdot (1-0,4)} = \sqrt{10 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = \sqrt{2,4} < 2$$

Denn: $\sqrt{2,4}$ ist kleiner als $\sqrt{4}$ und $\sqrt{4}$ ist gerade 2.

- f) Mit der Formel von Bernoulli gilt für $n=10$ und $p=0,4$:

$$P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^9 = \frac{10!}{1! \cdot 9!} \cdot 0,4 \cdot 0,6^9$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK