



Abitur

**MEHR
ERFAHREN**



Mathematik

Gymnasium

Rheinland-Pfalz

Das musst du können!

STARK

Inhalt

Analysis

1 Ganzrationale Funktionen und ihre Eigenschaften ...	1
1.1 Ganzrationale Funktion	1
1.2 Entwicklung von Funktionen	3
1.3 Vielfachheit von Nullstellen	5
1.4 Symmetrie (bez. des Koordinatensystems)	6
2 Gebrochen-rationale Funktionen	7
2.1 Nullstellen und Polstellen	7
2.2 Grenzwerte und Asymptoten	8
3 Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion	13
3.1 Eigenschaften und Rechenregeln	13
3.2 Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall	15
4 Ableitung	16
5 Elemente der Kurvendiskussion, Anwendungen der Ableitung	18
5.1 Monotonieverhalten, Extrem- und Terrassenpunkte	18
5.2 Krümmungsverhalten, Wendepunkte	22
5.3 Extremwertaufgaben	25
6 Stammfunktion und unbestimmtes Integral	27
6.1 Stammfunktion	27
6.2 Unbestimmtes Integral	28
7 Bestimmtes Integral, Flächen- und Volumenberechnung	29
7.1 Bestimmtes Integral	29
7.2 Flächenberechnung	30
7.3 Volumenberechnung	33
8 Integralfunktion	34

Analytische Geometrie/Lineare Algebra

1	Lineare Gleichungssysteme	36
1.1	Lösung linearer Gleichungssysteme	36
1.2	Lösung unterbestimmter Gleichungssysteme	37
1.3	Lösung überbestimmter Gleichungssysteme	38
2	Vektoren	39
2.1	Rechnen mit Vektoren	39
2.2	Lineare (Un-)Abhängigkeit von Vektoren	40
2.3	Skalarprodukt	41
2.4	Vektor- bzw. Kreuzprodukt	41
3	Geraden und Ebenen (nur WPG 2)	43
3.1	Geraden	43
3.2	Parameterform einer Ebene	45
3.3	Normalenform einer Ebene	46
3.4	Hesse'sche Normalenform	47
3.5	Umwandlung: Parameterform \leftrightarrow Normalenform	47
4	Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten (nur WPG 2)	49
4.1	Lage zweier Geraden	49
4.2	Lage einer Geraden zu einer Ebene	51
4.3	Lage zweier Ebenen	52
4.4	Spurpunkte und Spurgeraden	53
4.5	Schnittwinkel	55
5	Abstände zwischen geometrischen Objekten (nur WPG 2)	56
5.1	Abstand zu einer Ebene	56
5.2	Abstand eines Punktes zu einer Geraden	58
5.3	Abstand zweier windschiefer Geraden	60
6	Die Kugel (nur WPG 2)	61
6.1	Lage eines Punktes zu einer Kugel	61
6.2	Lage einer Ebene zu einer Kugel	62
6.3	Lage zweier Kugeln	63

7 Matrizen und Abbildungen (nur WPG 1)	64
7.1 Grundlagen	64
7.2 Abbildungen	66
7.3 Fixvektoren	67
7.4 Anwendungsbeispiele von Matrizen	68



Stochastik

1 Ereignisse	71
2 Wahrscheinlichkeitsberechnungen	73
2.1 Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	73
2.2 Laplace-Experimente, Laplace-Wahrscheinlichkeit	74
2.3 Baumdiagramme und Vierfeldertafeln	75
2.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit	77
3 Urnenmodelle	80
3.1 Anzahl der Möglichkeiten	80
3.2 Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	81
4 Zufallsgrößen	83
4.1 Zufallsgrößen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung	83
4.2 Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	84
4.3 Binomialverteilte Zufallsgrößen	86
5 Normalverteilung	89
5.1 Annäherung der Binomialverteilung durch eine Normalverteilung	89
5.2 Normalverteilte Zufallsgrößen	90
6 Beurteilende Statistik	92
6.1 Testen von Hypothesen	92
6.2 Schluss von der Gesamtheit auf die Stichprobe	94
6.3 Schluss von der Stichprobe auf die Gesamtheit	95
6.4 Wahl eines genügend großen Stichprobenumfangs	96
Stichwortverzeichnis	97

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses handliche Buch bietet Ihnen einen Leitfaden zu allen wesentlichen Inhalten, die Sie im Mathematik-Abitur benötigen. Es führt Sie systematisch durch den Abiturstoff der Prüfungsgebiete Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik und begleitet Sie somit optimal bei Ihrer Abiturvorbereitung. Durch seinen klar strukturierten Aufbau eignet sich dieses Buch besonders zur Auffrischung und Wiederholung des Prüfungsstoffs kurz vor dem Abitur.

- **Definitionen** und **Regeln** sind durch einen grauen Balken am Rand gekennzeichnet, wichtige **Begriffe** sind durch Fettdruck hervorgehoben.
- Zahlreiche **Abbildungen** stellen den jeweiligen Lerninhalt dar.
- Passgenaue **Beispiele** verdeutlichen die Theorie. Sie sind durch das Symbol  gekennzeichnet.
- Zusätzlich werden **Hinweise und Tipps** für den Einsatz des grafikfähigen Taschenrechners (**GTR**) oder des Computer-Algebra-Systems (**CAS**) gegeben. Diese sind durch einen Taschenrechner  gekennzeichnet.
- Zu typischen Grundaufgaben wird die **Vorgehensweise** Schritt für Schritt beschrieben.
- Das **Stichwortverzeichnis** führt schnell und treffsicher zum jeweiligen Stoffinhalt.
- Im Inhaltsverzeichnis und im Buch ist genau gekennzeichnet, welche Inhalte nur für eines der beiden **Wahlpflichtgebiete WPG 1** (Schwerpunkt Lineare Algebra) und **WPG 2** (Schwerpunkt Analytische Geometrie) relevant sind.

Viel Erfolg bei der Abiturprüfung!

STARK Verlag

Die zentral gestellten Analysis-Prüfungsaufgaben der letzten Jahre sowie zahlreiche Übungsaufgaben zu allen Bereichen mit vollständigen Lösungen enthält das Buch „Abiturprüfung Rheinland-Pfalz, Mathematik“ (Bestell-Nr. 75000).

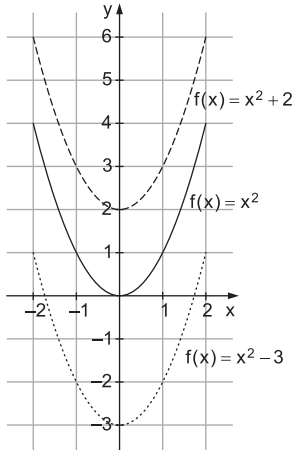
1.2 Entwicklung von Funktionen

Verschiebung von G_f in y-Richtung

Der Graph der Funktion $f(x) + d$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x)$ durch Verschiebung um $|d|$ Längeneinheiten in y-Richtung:

$f(x) \rightarrow f(x) + d$: $d > 0 \rightarrow$ Verschiebung nach oben

$d < 0 \rightarrow$ Verschiebung nach unten

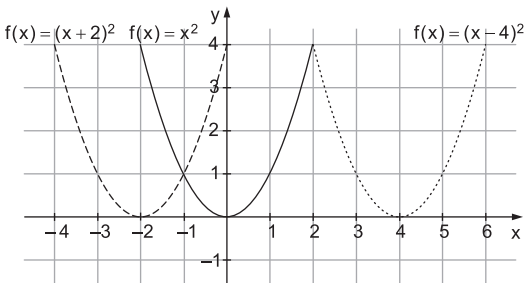


Verschiebung von G_f in x-Richtung

Der Graph der Funktion $f(x + c)$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x)$ durch Verschiebung um $|c|$ Längeneinheiten in x-Richtung:

$f(x) \rightarrow f(x + c)$: $c > 0 \rightarrow$ Verschiebung nach links

$c < 0 \rightarrow$ Verschiebung nach rechts



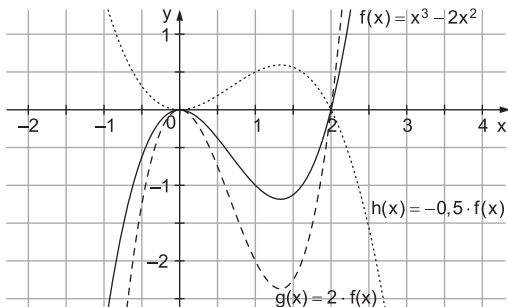
Streckung/Stauchung des Graphen von f in y -Richtung

Der Graph der Funktion $a \cdot f(x)$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x)$ durch vertikale Streckung bzw. Stauchung mit dem Faktor $|a|$:

$f(x) \rightarrow a \cdot f(x)$ mit $a > 0$: $a > 1 \rightarrow$ Streckung

$0 < a < 1 \rightarrow$ Stauchung

$f(x) \rightarrow -a \cdot f(x)$ mit $a > 0$: zusätzliche Spiegelung an der x -Achse



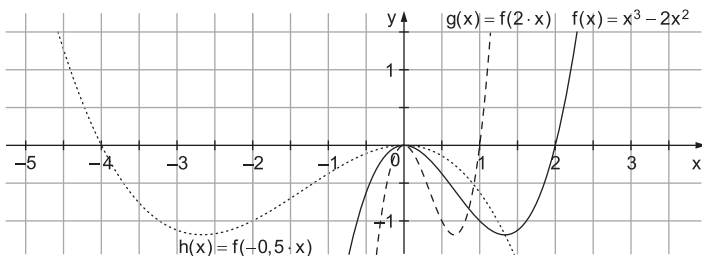
Streckung/Stauchung des Graphen von f in x -Richtung

Der Graph der Funktion $f(b \cdot x)$ entsteht aus dem Graphen der Funktion $f(x)$ durch horizontale Streckung bzw. Stauchung mit dem Faktor $|b|$:

$f(x) \rightarrow f(b \cdot x)$ mit $b > 0$: $b > 1 \rightarrow$ Stauchung

$0 < b < 1 \rightarrow$ Streckung

$f(x) \rightarrow f(-b \cdot x)$ mit $b > 0$: zusätzliche Spiegelung an der y -Achse



Bemerkung: Soll für gegebene Funktionsgleichungen die Verschiebung ermittelt werden, ist es hilfreich, die Graphen mit einem GTR/CAS zu zeichnen, markante Punkte (z. B. Hoch-, Tief- oder Wendepunkte) grafisch zu bestimmen und daraus die Verschiebung abzulesen.

2.3 Baumdiagramme und Vierfeldertafeln

Baumdiagramm

Ein Baumdiagramm eignet sich zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten mehrstufiger bzw. zusammengesetzter Zufallsexperimente.

Verzweigungsregel

Bei einem vollständigen Baumdiagramm beträgt die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Äste, die von einem Verzweigungspunkt ausgehen, stets 1.

1. Pfadregel (Produktregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Ergebnisses ist das Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades, der zu diesem Ergebnis führt.

2. Pfadregel (Summenregel)

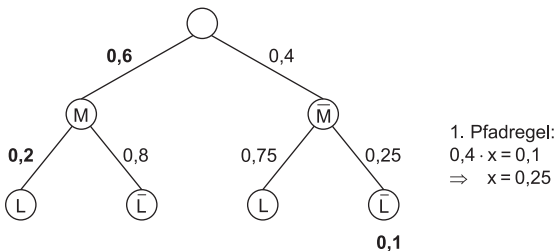
Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Pfade, die zu diesem Ereignis gehören.



Die Tennisabteilung eines Vereins besteht zu 60 % aus männlichen Mitgliedern, von denen 20 % Linkshänder sind. 10 % aller Mitglieder sind weiblich und Rechtshänder. Zeichnen Sie ein vollständiges Baumdiagramm und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiges Mitglied des Vereins Linkshänder ist.

M: „Mitglied ist ein Mann.“ L: „Mitglied ist Linkshänder.“

Die fett gedruckten Werte im Baumdiagramm sind gegeben, die übrigen ergeben sich mithilfe der Verzweigungsregel bzw. der 1. Pfadregel:



Die gesuchte Wahrscheinlichkeit erhält man mithilfe der 2. Pfadregel:

$$P(L) = 0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,75 = 0,42$$

Vierfeldertafel

Eine Vierfeldertafel eignet sich zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten der Verknüpfungen zweier Ereignisse A und B. Sie ist folgendermaßen aufgebaut:

	A	\bar{A}	
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
\bar{B}	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

Die Randwerte ergeben sich dabei jeweils durch Summenbildung.

Bemerkung: In den Feldern können auch absolute Häufigkeiten stehen.



Die Angaben aus dem vorherigen Beispiel lassen sich auch in einer Vierfeldertafel darstellen.

Gegeben: $P(M) = 0,6$ $P(M \cap L) = 0,6 \cdot 0,2 = 0,12$ $P(\bar{M} \cap \bar{L}) = 0,1$

Diese Werte sind in der Vierfeldertafel fett gedruckt; die übrigen Werte ergeben sich entsprechend als Summen bzw. Differenzen:

	M	\bar{M}	
L	0,12	0,3	0,42
\bar{L}	0,48	0,1	0,58
	0,6	0,4	1

Die zuvor mithilfe der 2. Pfadregel berechnete Wahrscheinlichkeit $P(L) = 0,42$ lässt sich aus der Vierfeldertafel direkt ablesen.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de

info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK