Abit

MEHR ERFAHREN

Mathemati

Gymnasium • Gesan

Hessen

Das musst du können!

STARK

MEHR
ERFAHREN

Abit

Mathemati

Gymnasium · Gesan

Hessen

Das musst du können!

STARK

Inhalt

Geometrie

Stochastik

Inhalte, die nur für den **Leistungskurs** relevant sind:

S. 6:	Bedeutung der Parameter bei Sinus- und Kosinusfunktion
S. 7/8:	Kapitel 2.5 (Natürliche Logarithmusfunktion)
S. 10/11:	Quotientenregel
S. 24:	Partielle Integration
S. 29:	Kapitel 6.3 (Uneigentliches Integral)
S. 36/37:	Kapitel 2.3 (Vektorprodukt)
S. 39/40:	Möglichkeit 2, die das Vektorprodukt nutzt
S. 53/54:	Kapitel 5.3 (Abstand zweier windschiefer Geraden)
S. 54–57:	Kapitel 6 (Matrizen und Abbildungen)
S. 73–75:	Kapitel 4.4 (Normalverteilte Zufallsgrößen)
S. 78:	Hypothesentest mittels Normalverteilung

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses handliche Buch bietet Ihnen einen Leitfaden zu allen wesentlichen Inhalten, die Sie im Mathematik-Abitur benötigen. Es führt Sie systematisch durch den Abiturstoff der Prüfungsgebiete Analysis, Analytische Geometrie, Matrizenrechnung sowie Stochastik und begleitet Sie somit optimal bei Ihrer Abiturvorbereitung. Durch seinen klar strukturierten Aufbau eignet sich dieses Buch besonders zur Auffrischung und Wiederholung des Prüfungsstoffs kurz vor dem Abitur.

- **Definitionen** und **Regeln** sind durch einen grauen Balken am Rand gekennzeichnet, wichtige **Begriffe** sind durch Fettdruck hervorgehoben.
- Zahlreiche **Abbildungen** veranschaulichen den Lerninhalt.
- Passgenaue **Beispiele** verdeutlichen die Theorie. Sie sind durch eine Glühbirne gekennzeichnet.
- Zu typischen Grundaufgaben wird die **Vorgehensweise** schrittweise beschrieben.
- Das **Stichwortverzeichnis** führt schnell und treffsicher zum jeweiligen Stoffinhalt.
- Im Inhalts- und Stichwortverzeichnis sowie im Buch ist genau gekennzeichnet, welche Inhalte nur für den LK wichtig sind. Alle anderen Themen sind für GK und LK prüfungsrelevant.

Viel Erfolg bei der Abiturprüfung!
STARK Verlag

Ausführliche Erläuterungen sowie viele Übungsaufgaben finden Sie in unseren Abitur-Trainingsbänden:
- Abitur-Training Analysis (Bestell-Nr. 540021)
- Abitur-Training Analytische Geometrie (Bestell-Nr. 540038)
- Abitur-Training Stochastik (Bestell-Nr. 94009)

Die offiziellen Prüfungsaufgaben der letzten Jahre mit vollständigen Lösungen finden Sie in den folgenden Bänden:
- Abiturprüfung Hessen, Mathematik LK (Bestell-Nr. 65000)
- Abiturprüfung Hessen, Mathematik GK (Bestell-Nr. 65100)

Analysis

1 Eigenschaften von Funktionen

1.1 Nullstellen

Die Schnittstelle einer Funktion mit der x-Achse wird als Nullstelle bezeichnet. Es gilt $f(x_0) = 0$.

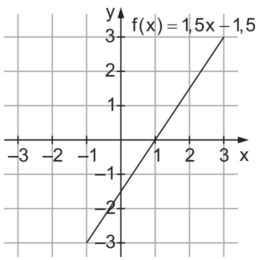
Nullstellen ungerader Ordnung

- Eine Funktion f(x) hat an der Stelle x_0 eine Nullstelle ungerader Ordnung, wenn der zugehörige Linearfaktor $(x - x_0)$ in der Linearfaktorzerlegung von f(x) eine ungerade Potenz (1, 3, 5, …) besitzt.
- Der Graph G_f weist bei x_0 einen Vorzeichenwechsel (VZW) auf.

Nullstellen gerader Ordnung

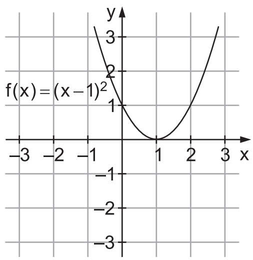
- Eine Funktion f(x) hat an der Stelle x_0 eine Nullstelle gerader Ordnung, wenn der zugehörige Linearfaktor $(x - x_0)$ in der Linearfaktorzerlegung von f(x) eine gerade Potenz (2, 4, 6, …) besitzt.
- Der Graph G_f weist bei x_0 keinen Vorzeichenwechsel (VZW) auf.

$f(x) = 1{,}5x - 1{,}5 = 1{,}5(x - 1)$
einfache Nullstelle bei $x = 1$



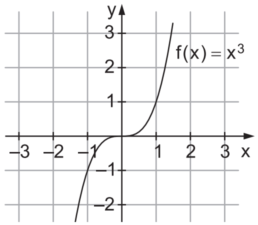
Nullstelle mit VZW;
G_f schneidet die x-Achse.

$f(x) = (x - 1)^2$
doppelte Nullstelle bei $x = 1$



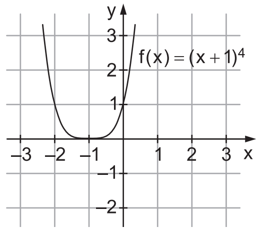
Nullstelle ohne VZW;
G_f berührt die x-Achse.

$f(x) = x^3$
dreifache Nullstelle bei $x = 0$



Nullstelle mit VZW;
G_f verläuft durch die x-Achse.

$f(x) = (x+1)^4$
vierfache Nullstelle bei $x = -1$

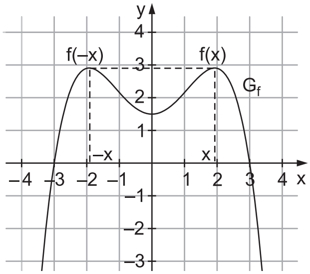


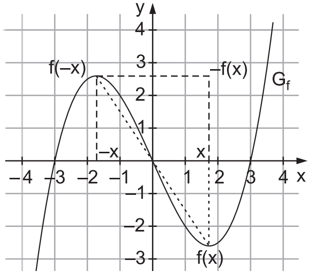
Nullstelle ohne VZW;
G_f berührt die x-Achse.

Nullstellen mit Vielfachheiten der Funktion $f(x) = \frac{x^5}{10}(x+3)^2(x-2)$:
$x = 0$: fünffache Nullstelle (VZW)
$x = -3$: doppelte Nullstelle (kein VZW)
$x = 2$: einfache Nullstelle (VZW)

1.2 Symmetrie (bezüglich des Koordinatensystems)

Der Graph einer reellen Funktion ist
(1) **achsensymmetrisch** (bezüglich der y-Achse), wenn gilt:
$f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{D}_f$
(2) **punktsymmetrisch** (bezüglich des Ursprungs), wenn gilt:
$f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{D}_f$

(1)


(2)


Rechnerisch überprüft man eine Funktion auf Symmetrie, indem man $(-x)$ statt x in den Funktionsterm einsetzt.

Symmetrieuntersuchung der Funktion $f(x) = -\frac{1}{10}x^2(x^2-9)$:

$f(-x) = -\frac{1}{10}(-x)^2((-x)^2-9) = -\frac{1}{10}x^2(x^2-9) = f(x)$

$\Rightarrow$ G_f ist achsensymmetrisch bezüglich der y-Achse.

1.3 Grenzwert

Allgemein unterscheidet man zwei Arten von Grenzwerten:

- Verhalten im Unendlichen

  $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$

- Verhalten in der Nähe einer Definitionslücke, wenn man sich von links ($x \to x_0^-$) bzw. von rechts ($x \to x_0^+$) nähert

  $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ bzw. $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$; $x_0 \notin \mathbb{D}_f$

Für das Rechnen mit Grenzwerten gelten die Grenzwertsätze:

$\lim\limits_{x \to p}(f(x) \pm g(x)) = \lim\limits_{x \to p} f(x) \pm \lim\limits_{x \to p} g(x)$

$\lim\limits_{x \to p}(f(x) \cdot g(x)) = \lim\limits_{x \to p} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to p} g(x)$

$\lim\limits_{x \to \infty}\left(5 \cdot \frac{1}{x^2} + 1\right) = \lim\limits_{x \to \infty} 5 \cdot \frac{1}{x^2} + \lim\limits_{x \to \infty} 1 = 5 \cdot \lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x^2} + 1 = 0 + 1 = 1$

2 Funktionsklassen

2.1 Ganzrationale Funktion

Unter einer ganzrationalen Funktion (oder Polynomfunktion) vom Grad n versteht man eine reelle Funktion der Form:

$f\colon x \mapsto a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$

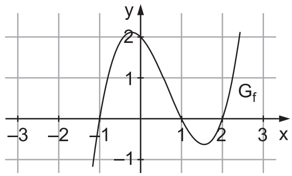
mit $n \in \mathbb{N}$, $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$ und $a_n \neq 0$

Definitionsmenge: $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$

Die Werte a_n, a_{n-1}, …, a_1, a_0 heißen **Koeffizienten**.
Die Nullstellen einer ganzrationalen Funktion können der Linearfaktorzerlegung entnommen werden.

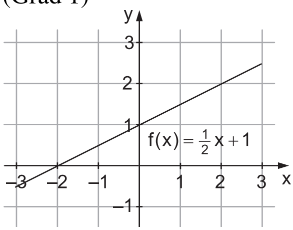
$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 - x + 2 \\ &= (x-2)(x^2-1) \\ &= (x-2)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Nullstellen bei $x = 2$, $x = -1$ und $x = 1$

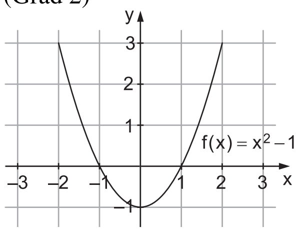


Spezialfälle

Lineare Funktion: $f(x) = mx + t$
(Grad 1)



Parabel: $f(x) = ax^2 + bx + c$
(Grad 2)



Merkregel: Eine ganzrationale Funktion ist

- achsensymmetrisch, wenn die x-Terme nur in geraden Potenzen im Funktionsterm vorkommen.
- punktsymmetrisch, wenn die x-Terme nur in ungeraden Potenzen im Funktionsterm vorkommen und f(x) kein konstantes Glied enthält.

Das Grenzwertverhalten ist festgelegt durch den Koeffizienten a_n und den Grad der Funktion.

$a_n > 0$:

n gerade: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

n ungerade: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$a_n < 0$:

n gerade: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

n ungerade: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \infty$