

Abiturprüfung 2019 Mathematik Grundkurs (Nordrhein-Westfalen)
Prüfungsteil B – Stochastik B5 (GTR/CAS)

Ergänzende Hinweise zur Aufgabe B5, Teilaufgabe c

Die im Buch dargestellte Lösung zu Teilaufgabe c folgt dem offiziellen Erwartungshorizont. Strenggenommen ist die Aufgabenstellung zu c (2) in dieser Form aber zu stark vereinfacht formuliert und die angegebenen Rechnungen sind nur unter zusätzlichen Bedingungen durchführbar und mathematisch gültig. Dieser Teil ist daher für Ihre Abiturvorbereitung nicht relevant.

Zudem sind Hinweise und Lösung insbesondere zu Teilaufgabe c (1) im Buch nicht sauber formuliert. Im Folgenden finden Sie deshalb eine korrigierte Fassung dieses Teils auf den Seiten 2019-43 f. bzw. 2019-46 f.

Hinweise und Tipps

Teilaufgabe c

- (1) Betrachten Sie die Zufallsgröße A: „Ausgaben eines Badegastes“ (in Euro).
 - Diese kann die Werte $a_1 = 0$, $a_2 = 4$ und $a_3 = 12$ annehmen. Die Wahrscheinlichkeiten für $A = a_i$ können Sie der Aufgabenstellung entnehmen.
 - Berechnen Sie dann den Erwartungswert von A mit:
$$\mu = \sum_{i=1}^3 a_i \cdot P(A = a_i)$$
 - Der berechnete Wert gibt die zu erwartenden Einnahmen pro Badegast an. Multiplizieren Sie diese mit der Anzahl der Gäste.
- (2) Gehen Sie davon aus, dass an dem betrachteten Tag n Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad besuchen. Ermitteln Sie die dabei zu erwartenden Einnahmen (in Abhängigkeit von n) und setzen Sie diese gleich 1 000 €. Auf diese Weise ist die erforderliche Anzahl n an Jahreskartenbesitzern zu ermitteln.
- Schließlich ist noch die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq n)$ zu berechnen.

Lösung

- c) (1) Die Zufallsgröße A: „Ausgaben eines Badegastes“ (in Euro) nimmt die Werte $a_1 = 0$, $a_2 = 4$ und $a_3 = 12$ an. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten sind:

$$P(A = a_2) = 0,5 = 50 \%$$

$$P(A = a_3) = 0,3 = 30 \%$$

$$\Rightarrow P(A = a_1) = 1 - 0,5 - 0,3 = 0,2 = 20 \%$$

Der Erwartungswert von A (in Euro) ergibt sich dann zu:

$$\mu = \sum_{i=1}^3 a_i \cdot P(A = a_i) = 0 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,5 + 12 \cdot 0,3 = 5,6$$

Da 660 Personen das Bad besuchen, kann der Besitzer des Kiosks insgesamt mit Einnahmen in Höhe von $660 \cdot 5,6 \text{ €} = 3\,696 \text{ €}$ rechnen.

- (2) Angenommen, am betrachteten Tag besuchen n Jahreskartenbesitzer das Schwimmbad. Von diesen kann der Kioskbesitzer $5,6n$ (Euro) an Einnahmen erwarten; vgl. (1). Diese Einnahmen sollen (mindestens) 1000 € betragen:

$$5,6n = 1000 \Rightarrow n = \frac{1000}{5,6} \approx 178,6$$

D. h., mindestens 179 Jahreskartenbesitzer müssen das Schwimmbad an diesem Tag besuchen, damit der Kioskbesitzer mit Einnahmen in Höhe von mindestens 1000 € rechnen kann. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist:

$$P(X \geq 179) = 1 - P(X \leq 178)$$

$$\approx 1 - 0,053 = 0,947$$

| |
|-------------------------------------|
| <code>binomCdf(2000,0.1,178)</code> |
|-------------------------------------|

| |
|----------|
| 0.052711 |
|----------|

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 95 %.